研究通讯

2连通 k 正则图的 Hamilton 性

B. Jackson（参见 *J. Comb. Theory* (*B*), **29** (1980), 27—46）证明了2连通 k 正则的图 $G=(V, E)$，当点数 $n\leqslant 3k$ 时 G 有 Hamilton 圈；在 "The improvement of Jackson's result on Hamiltonian Cyclesin 2-connected regular graphs" 一文中我们改进了 Jackson 的结果，证明了2连通的 k 正则图，当 $n\leqslant 3k+1$ 时它有 Hamilton 圈；本文又进一步证明了2连通 k 正则的图，当点数不超过 $3k+3$ 时它有 Hamilton 圈．这一结果几乎是最好的，因为当点数 $n=3k+4$ 且 k 为偶数以及 $n=3k+5$ k 为奇数时，都存在反例．我们的结果可叙述如下：

定理 每个2连通 k 正则的 n 个顶点的图 $G=(V, E)$，当 $n\leqslant 3k+3$ 且 $k\geqslant 6$ 时，G 有 Hamilton 圈．

证明中除利用上述文献和 Fan Genghua 在 "The longest cycle in regular graphs" 一文中的结果外，最关键的是我们推广了 D. R. Woodall 的 Hopping 引理（参见 *J. Comb. Theory* (*B*), **15** (1973), 225—255）．

朱永津　刘振宏
（中国科学院系统科学研究所，北京）
俞正光
（清华大学应用数学系，北京）

关于算子方程 $f(A)=A$

设 E 是复 Banach 空间；$\mathscr{B}(E)$ 表示 E 上线性有界算子全体；$\mathscr{A}_E(\triangle)$ 表示定义在复平面的开单位圆 $\triangle=\{z:|z|<1\}$ 上，取值于 $\mathscr{B}(E)$ 中的解析函数全体．当 $f\in\mathscr{A}_E(\triangle)$ 时，f 必可展开为幂级数 $f(z)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}B_nz^n$，$z\in\triangle$，其中 $B_n\in\mathscr{B}(E)$，$n=0, 1, 2,\cdots$．如果 $T\in\mathscr{B}(E)$ 且 $\|T\|<1$，则规定 $f(T)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}B_nT^n$．我们得到下述四个定理．

定理1 记 $X=\{A\in\mathscr{B}(E):\ \|A\|<1\}$．设 $f\in\mathscr{A}_E(\triangle)$．如果存在小于1的正数 ρ，使得 $\|f(A)\|\leqslant\rho$ 在 X 中处处成立，则方程 $f(A)=A$ 在 X 中有解，并且只有一个解．

定理2 如果 $f\in\mathscr{A}_E(\triangle)$ 满足条件：(i) $f(0)=0$，(ii) $\|f(z)\|<1$ 在 $\triangle$ 上处处成立，(iii) $f(z)f(w)=f(w)f(z)$ 对任何 $z, w\in\triangle$ 成立，(iv) 1不是 $f'(0)$ 的谱，则方程 $f(A)=A$ 在 $X=\{A\in\mathscr{B}(E):\ \sigma(A)\subset\triangle$ 且 A 与 f 交换$\}$ 中有唯一解 $A=0$．这里"A 与 f 交换"意指 $Af(z)=f(z)A$ 在 $\triangle$ 上处处成立．

定理3 设 H 是复 Hilbert 空间．若 $f\in\mathscr{A}_H(\triangle)$ 满足条件：(i) $\{f(0), f'(0), f''(0),\cdots\}$ 是一列两两交换的正常算子，(ii) 存在小于1的正数 ρ，使得 $\|f(z)\|\leqslant\rho$ 在 $\triangle$ 上处处成立，则方程 $f(A)=A$ 在 $X=\{A\in\mathscr{B}(H):\ \sigma(A)\subset\triangle$ 且 A 与 f 交换$\}$ 中有唯一解，并且这个解是正常算子．

定理4 设 f 是 $\triangle$ 上解析的纯量函数，且 $f(\triangle)\subset\triangle$．又设 E 是复 Banach 空间，$X=\{A\in\mathscr{B}(E):\ \sigma(A)\subset\triangle\}$．关于算子方程 $f(A)=A$ 的解与函数 f 的联系，我们有：

(i) 在 X 中有两个或两个以上的解，当且仅当 $f(z)=z$ 在 $\triangle$ 中处处成立．

(ii) 在 X 中有唯一解 A_0，当且仅当 f 在 $\triangle$ 中有唯一的不动点 $z=\lambda_0$，且 $A_0=\lambda_0I$．

(iii) 在 X 中没有解，当且仅当 f 在 $\triangle$ 中没有不动点．

陶志光
（广西大学数学系，南宁）