



申请代码	A0409
接收部门	
收件日期	
接收编号	1236010197



1236010197

# 国家自然科学基金 申请书

(2023版)

资助类别：地区科学基金项目

亚类说明：

附注说明：

项目名称：图论与组合数学的几个前沿课题的研究

申请人：赵克文                      办公电话：0898-88613505

依托单位：海南热带海洋学院

通讯地址：海南省三亚市育才路1号海南热带海洋学院

邮政编码：572022                      单位电话：0898-88651738

电子邮箱：kwzhao1983@sohu.com

国家自然科学基金委员会



## 基本信息

申请人信息	姓名	赵克文	性别	男	出生年月	1964年05月	民族	汉族
	学位	硕士	职称	研究员				
	是否在站博士后	否		电子邮箱	kwzhao1983@sohu.com			
	办公电话	0898-88613505		国别或地区	中国			
	申请人类别	依托单位全职						
	工作单位	海南热带海洋学院/数学与信息科学研究所						
	主要研究领域							
依托单位信息	名称	海南热带海洋学院						
	联系人	林诗怡		电子邮箱	86622207@163.com			
	电话	0898-88651738		网站地址	http://www.hntou.edu.cn			
合作研究单位信息	单位名称							
	邵阳学院							
项目基本信息	项目名称	图论与组合数学的几个前沿课题的研究						
	英文名称	Research on some frontier topics of graph theory and combinatorics						
	资助类别	地区科学基金项目			亚类说明			
	附注说明							
	申请代码	A0409. 图论及其应用			A0408. 组合数学			
	研究期限	2024年01月01日 -- 2027年12月31日			研究方向：代数图论			
	申请直接费用	29.6000万元						
中文关键词	图谱；迂回指数；哈密顿连通图；多核图谱论；图染色							
英文关键词	spectrum of graphs; Detour index; Hamiltonian-connected graphs; Spectral theory of multicone graphs; Coloring of graphs							



中文摘要	<p>图谱理论是图论组合的重要课题，其中Detour指数是图中所有顶点对的detour距离之和，如此它是NP难的，并在化学等中有重要应用。近两年的全部几篇SCI论文都主要研究每两点几乎都有哈密顿路连接的Detour指数，而似乎从图哈密顿连通性研究是关键，并这几篇论文都引用本申请人的论文。这也因本申请人1990年读研究生起就一直对哈密顿图进行研究，并如一些专家评价说申请人“在圈结构图的5个主要领域都居世界领先，而在国内做得如此全面的是少有的”，等等，而确立这领域为项目的重点课题。此外，申请人和国外合作者在2020年发表2篇多核图的谱论方面的论文并提出一些猜想和问题等以待研究，本项目也确立其中关键猜想问题为另一课题。还有，图染色是一个重要领域，而至今的色数不唯一论文似乎仅有申请人的一篇，申请人并猜想“其某同构平面图的面染色数等于边染色数，则其边面着色不唯一”，若成立也算一个神奇现象，而立其为附加课题。</p>
英文摘要	<p>The graph theory is an important subject of graph theory and combinatorics, in which the Detour index is the sum of the Detour distances of all vertex pairs in the graph, so it is NP-hard and has important applications in chemistry. In the past two years, all SCI papers have mainly studied the Detour index of Hamiltonian path connection at almost every two points, which seems to be the key to study the Hamiltonian connectivity of graphs, and these papers have cited the paper of this applicant. This is also because the applicant has been studying the Hamiltonian graphs since he was a graduate student in 1990. For example, some experts commented that the applicant "takes the lead in the five main fields of the circle structure graphs in the world, while it is rare to do so comprehensively in China", and so on. So this field has been established as a key topic in the item. In addition, the applicant and foreign collaborators published two papers on the spectral theory of multi-core graphs in 2020 and put forward some conjectures and questions to be studied. The project also established the key conjectures as another topic. In addition, graph coloring is an important field, and it seems that there is only one paper on coloring that is not unique of coloring by the applicant so far, and it is conjectured that "if the edge-face chromatic number of an isomorphic planar graph is equal to the edge chromatic number, then its edge-face chromatic number is not unique", if it is true, it will be a magical phenomenon, so it will be an additional topic.</p>

**主要参与者**（注：主要参与者不包括项目申请人）

编号	姓名	出生年月	性别	职 称	学 位	工作单位	项目分工	办公电话	证件号码
1	周后卿	1963-04-22	男	教授	硕士	邵阳学院	合作参与者	0739-5119635	4*****4
2	钟诚	1981-08-20	男	副教授	硕士	海南热带海洋学院	合作参与者		4*****7

**总人数统计**（注：包括项目申请人、主要参与者及其他参与人员；勿重复计数）

总人数	高级职称	中级职称	初级职称	博士后	博士生	硕士生	本科生及其他学生	其他
3	3	0	0	0	0	0	0	0



## 国家自然科学基金项目资金预算表

项目申请号：1236010197

项目负责人：赵克文

金额单位：万元

序号	科目名称	金额
1	一、项目直接费用合计	29.6000
2	1、设备费	8.0000
3	其中：设备购置费	3.2000
4	2、业务费	16.6000
5	3、劳务费	5.0000
6	二、其他来源资金	0.0000
7	三、合计	29.6000

注：请按照项目研究实际需要合理填写各科目预算金额。



## 预算说明书

(请按照《国家自然科学基金项目申请书预算表编制说明》等的有关要求,按照政策相符性、目标相关性和经济合理性原则,实事求是编制项目预算。填报时,直接费用应按设备费、业务费、劳务费三个类别填报,每个类别结合科研任务按支出用途进行说明。对单价 $\geq 50$ 万元的设备详细说明,对单价 $< 50$ 万元的设备费用分类说明,对合作研究单位资质及资金外拨情况、自筹资金进行必要说明。)

### 1、设备费(8万元)

- (1) 购置设备费(3.2万元)
- (2) 设备改造与租赁费(6万元)  
设备维护及更新,每年1.2万元,4年计4.8万元。
- (3) 材料费(0万元)  
购置装订,整理文献等所需的办公用品费用。
- (4) 测试化验加工费(0万元)
- (5) 燃料动力费(0万元)

### 2、业务费:(16.6万元)

#### (1) 差旅费/会议费/国际合作与交流费(5.0万元)

差旅费(2.0万元)课题组每年派人员参加在国内召开的图论、矩阵计算、计算机算法、数据挖掘等方面学术会议。通过学术交流,了解本研究方向的最新进展,启发解决该项目中可能遇到的关键技术问题。预算每年派2人次参加,出差4天/人;交通费0.2万元/每人次,住宿费与其它0.05万元/每人次,小计为0.25万元/每人次,4年累计为2.0万元。

会议费(0.8万元)按照每年2人次计算,每人次注册费0.1万元,小计0.2万元;4年共计约0.8万元。

国际合作与交流费(2.2万元)课题组派1人次参加国际学术交流,预算每次出访4天,往返交通费预算0.6万元/每人次,住宿费每天预算0.125万元/每人次,4天计0.5万元,小计1.1万元。派出2次,合计2.2万元。上述各项总计5.0万元。

#### (2) 出版/文献/信息传播/知识产权事务费(11.6万元)

课题组发表的SCI论文中,按有5篇SCI论文采用开放存取方式出版,每篇0.5万元,计2.5万元;发表8篇CSCD收录期刊及其它期刊会议论文的版面费共2.5万元。课题组需要购置一些数据处理、计算、数据库系统、办公等软件,如MATLAB, Mathematica软件等,预计2.0万元;购买最新专业学术文献,了解最新研究方法和动态,每篇200元,购买100篇外文文献,共2.0万元。购买前沿专业书籍能够全面系统地了解掌握相关本研究的理论方法,预算1万元。论文、资料打印复印费每人每年0.2万元,计2人,4年共 $2 \times 0.2 \times 4 = 1.6$ 万元,等。累计11.6万元。

### 3、劳务费(5.0万元)

(1) 非专家人员的劳务费(3.0万元)。课题组需要雇佣2个研究生从事查找文献、数据处理、模型计算等科研任务,预算每年支付2名硕士研究生的劳务费,每人每年0.38万元,2人4年共计 $2 \times 0.38 \times 4 \approx 3$ 万元

#### (2) 专家咨询费(2万元)

本研究属于交叉学科,需要多学科知识。为了加深对某一个方面知识的理解以及方法的应用,需要咨询相关领域专家,预算在项目研究期间共咨询10人次,每人次0.2万元,共计2万元。

以上全部各项共计29.6万元。

注:参与申请单位邵阳学院的使用经费分配占本次项目申请经费预算的30%



## 报告正文

**正文：**参照以下提纲撰写，要求内容翔实、清晰，层次分明，标题突出。**请勿删除或改动下述提纲标题及括号中的文字。**

### (一) 立项依据与研究内容（建议 8000 字以下）：

**1. 项目的立项依据**（研究意义、国内外研究现状及发展动态分析，需结合科学研究发展趋势来论述科学意义；或结合国民经济和社会发展中迫切需要解决的关键科技问题来论述其应用前景。附主要参考文献目录）；

**关于项目的立项依据：**（下面先提纲式概说 2 个方面依据）

#### 1、科研依据：

##### (1) 有限子集系：

这是组合数学的一个已较宽广的领域。这里只述相关课题，其中本申请人独立得到的结果包含获得[海南历史上第一个国家自然科学基金项目](#)的主要结果“Katona和Kleitman定理的推广”，而且本申请人结果才是推广。本申请人的这论文已得到国内这领域最权威专家大连理工大学王军教授等一些专家的回复并都还没有任何专家否定本人的证明，但因尚未发表，就需要更多具体的辅助陈述：

Daniel Kleitman和Gyula O.H. Katona在1965年和1966年独立发表有限子集系的一类二划分Sperner型结果：

**定理：** 设 $S$ 是 $n$ 元集合， $S_1, S_2$ 为 $S$ 的一个二分划（即 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$ ， $i \neq j$ ， $\sum_{i=1}^2 S_i = S$ ）， $F$ 是 $S$ 的子集系，使得没有 $A, B \in F$ ，满足：存在某个 $S_i$ 有 $A \cap S_i = B \cap S_i$ ，另一 $S_j (j \neq i)$ 有 $A \cap S_j \subset B \cap S_j$ 或 $A \cap S_j \supset B \cap S_j$ ，则 $|F| \leq C^n_{\lfloor n/2 \rfloor}$ 。

其后，《数学年刊》发表上面Katona和Kleitman定理的推广”（本申请人赵克文2001年也在《数学年刊》给出它的[简单证明](#)）：

**定理 1：** 设 $S$ 是 $n$ 元集合， $S_1, S_2, \dots, S_k$ 为 $S$ 的一个 $k$ 分划（即 $S_i \cap S_j = \emptyset$ ， $i \neq j$ ， $\sum_{i=1}^k S_i = S$ ）， $F$ 是 $S$ 的子集系，使得没有 $A, B \in F$ ，满足：存在某个 $S_i$ 有 $A \cap S_i = B \cap S_i$ ，而对所有 $S_j (j \neq i)$ 有 $A \cap S_j \subseteq B \cap S_j$ ，则 $|F| \leq C^n_{\lfloor n/2 \rfloor}$ 。

这是好结果，本申请人永远崇拜敬重它的先驱性。其后本申请人得到真正推广如下：

**定理 2：** 设 $S$ 是 $n$ 元集合， $S_1, S_2, \dots, S_k$ 为 $S$ 的一个 $k$ -分划（即 $S_i \cap S_j = \emptyset$ ， $i \neq j$ ， $\sum_{i=1}^k S_i = S$ ）， $F^*$ 是 $S$ 的子集系，使得没有 $A, B \in F^*$ ，满足：存在某个 $S_i$ 有 $A \cap S_i = B \cap S_i$ ，以及至少一个 $S_j (j \neq i)$ 有 $A \cap S_j \subset B \cap S_j$ 或 $A \cap S_j \supset B \cap S_j$ ，而对所有 $S_r (r \neq i, j)$ 有 $A \cap S_r \subseteq B \cap S_r$ 或 $A \cap S_r \supseteq B \cap S_r$ ，则 $|F^*| \leq C^n_{\lfloor n/2 \rfloor}$ 。

而且，定理2的界是**最好**可能：这是因为，如果在定理2中再多把一个“ $\subseteq$ ”号换为“ $\subset$ ”，即这时定理2至少有2个“ $\subset$ ”号，则这情况就是Paul Erdős和Daniel Kleitman在1970年的论文“Extremal problems among subsets of a set”中说对三划分类似情形不再保持Sperner界的其中之一条件，即“under these circumstances the analogous restriction of  $F$  is not



sufficient to get the same bound on  $|F|$ ”。

这说明，定理2的用1个“ $\subset$ ”号已是最优限制（而上面定理1全用“ $\subseteq$ ”号，它在二划分情形时也是“ $\subseteq$ ”号，而Katona和Kleitman独立得到的定理中都有1个“ $\subset$ ”号，那定理1在形式上不是推广），并本申请人的最优推广也包含定理1（具体可详细参考本申请人已投稿的这论文全文-见[www.qzu5.com/e.htm](http://www.qzu5.com/e.htm)）。

这方面的课题主要是两类：保持Sperner界（ $C^n_{[n/2]}$ ）的各类最优限制的研究（如对集合 $S$ 在三划分 $S_1, S_2, S_3$ 下的子集系最大规模的研究，可以加以对 $S_1, S_2, S_3$ 做各种限制、还可对子集系与它们的关系做各种限制等）和Sperner族的推广（没有子集包含其它子集的各类推广的最优界的研究）等，并都出现许多新旧问题有待解决。

### （2）图染色的唯一性

关于[这领域](#)，最先2篇论文（张忠辅, 王建方, 王维凡，关于外平面的完备色数, 自然杂志 1991 年第 1 期；以及张忠辅, 张建勋, 王维凡，若干平面图的完备色数, 新疆大学学报 1991 年第 1 期）都提出问题：可平面图的点边面色数是否唯一？

其后，1992 年的 2 篇论文（胡冠章, 张忠辅, 关于平面图的边面全着色, 清华大学学报 1992 年第 3 期；以及胡冠章, 张忠辅, 关于平面图的边面全着色, 自然杂志 1992 年第 2 期）又都提出问题：“可平面图的边面色数是否唯一？”。

本申请人的论文（赵克文，可平面图完备色数唯一性问题，数学研究与评论，1994 年 1 期）不仅解决这问题，而且也刻划 3 类着色非唯一的基本图类。如其中一类是只有一个公共交点的  $n$  个圈组构成的图类：若平面图是没有 1 圈包含于另 1 个圈内则点边面色数是  $2n+2$ ，边面色数是  $2n+1$ ；而至少 1 个圈包含于另 1 圈内则点边面色数是  $2n+1$ ，边面色数是  $2n$ 。从而这类图就足以对上面这几篇论文提出的点边面色数和边面色数是否唯一的问题给出答案：不唯一。但至今似乎除了这篇论文外就没有再见到其它有关图着色非唯一的论文，而肯定还有非常多非唯一图类，不过似乎要按这求法得出进一步的图类已很难，因此要刻划出其大部分，都将是一项非常艰巨的工作。我为确认这课题的意义，前个月就给参与提出上面问题的王维凡教授去信请教，得到王教授说“关于平面图完备色数的唯一性确实是一个有趣的问题”。而且，不唯一的并非就是更简单的图结构如上面圈数  $n < 3$  时反而是色数唯一的。并本申请人不断地通过构造更多不同类不唯一图类，也发现一些规律，如此，提出**猜想 1**：若图的某同构的平面图的边面色数等于边色数（点边面色数等于点边色数），则边面着色（点边面着色）不唯一。

“边面色数等于边色数”的图类甚至是无穷的，但是否这类图的着色都不唯一？这个猜想显然有趣，已取得一些进展。就是若仅有少类例外图也是一个**神奇现象**！

反过来呢？因不象猜想 1 已有较多认识，就当做**问题 2**：若图是着色不唯一的，则存在某同构的平面图其边面色数等于边色数（点边面色数等于点边色数）？

猜想 1 比问题 2 也更可解决，虽然它们都可能例外，特别是问题 2 有例外图类的可能比猜想 1 更大，例外图类也可能更多（可参考[www.qzu5.com/ef.htm](http://www.qzu5.com/ef.htm)）。

### （3）本原矩阵



本原矩阵是“组合矩阵论”的主要核心课题并下面见振动力学等的振荡矩阵就属于它。也如在中国知网见邵嘉裕教授发表在《中国科学》论文“对称本原矩阵的指数集”，被引高达 71 次，而他的被引第 2 多的论文才 28 次并其就是下面说的另一篇《中国科学》的论文。由于给出新的证明是几乎每一个极受重视的结果定理都会经历的，如此，本申请人的论文（赵克文，韩烽，李大超，《中国科学》上“对称本原矩阵的指数集”简短的证明，应用数学，2002 年第 2 期）给出《中国科学》的这篇论文的简单证明。

还有另一篇《中国科学》的论文（柳柏濂，邵嘉裕，“本原极矩阵集合的完全刻划”，中国科学 A,1991 年第 1 期）也被引 28 次，但我同样喜欢重视就花时间更多如此几乎用半页就解决，即本申请人的论文（赵克文，经典的 Holladay-Varga 定理的极图的完全刻画，自然杂志,2001 年第 5 期）就给出《中国科学》的另一篇论文“本原极矩阵集合的完全刻划”的新的简单证明。

以前在《中国科学》发表论文似不易，如柳柏濂、邵嘉裕、李乔共 3 个教授合作在 1992 年获教育部科技进步一等奖前在《中国科学》一共只有 2 篇论文：[“对称本原矩阵的指数集”](#)和[“本原极矩阵集合的完全刻划”](#)，如此本申请人给出它俩的简单证明，而本人还有这领域其它论文。

关于本原指数的推广不仅以前涉及幂敛指数\广义幂敛指数\广义密度指数\广义本原指数\完全不可分指数等，还有不久前的 2009 年提出的 Scrambling 指数等等都还有许多问题有待解决。特别是王维凡教授早期从事的机械振动或振动力学中的世界工程力学之父 Timoshenko 和著名分析力学大师甘特马赫开创开拓的振荡矩阵就是本原矩阵并也还有一些拓展的问题存在（见 [www.qzu5.com/gm.htm](http://www.qzu5.com/gm.htm)），而对上面两篇《中国科学》论文关键结果为主的证明方法思想技术等对处理相应的新课题必有极大的参考价值可提供更多帮助促进发展。

#### （4）图连通性

被视为图论最基本定理之一的图的 **2 连通性定理**（也称 [Whitney 定理-在百度的 5 个文献中有本申请人发表在外国的论文](#)）是： $G$  是 2 连通当且仅当  $G$  的任两点都有 2 条不交路相连（至今的证明都是用归纳法。而本申请人的证明似乎是世界上第一个不用归纳法的，并且证明很简单

（因比世界各国图论上的证明简短，就在此顺附**证明**：必要性：若  $G$  是 2 连通,却存在点  $u,v$  没有两条内部不交的路。记其中内交点数  $S$  是最少的两条  $(u,v)$  路为  $R$  和  $P$ 。因  $G$  是 2 连通,记连接这两条路上内交点（不限定内交点数量）两边各一点的路中的最短路为  $(u',v')$ ，则其与  $R$  及  $P$  都不再有交点（否则将有比  $(u',v')$  短的这类路）。记这两点  $u',v'$  之间的内交点数为  $S'$ ，则把路  $(u',v')$  代替  $R$ 、 $P$  上的一段路就可得出  $u,v$  为端点的两条交点数  $=S-S'$  的路，矛盾。充分性：若任何两点至少有两条内部不交的路相连，但  $G$  有割点  $w$ 。则分属  $G-w$  不同分支的 2 点为端点的每条路都经过点  $w$  即任何 2 条路都有交点  $w$ ，矛盾）。

如此，期待着被各国图论等书籍吸收为非归纳法证明的参考文献([www.qzu5.com/oa.htm](http://www.qzu5.com/oa.htm))。

#### （5）图谱论一：detour index（迂回指数）

这课题是本项目的**重点**，并 detour index（迂回指数）在化学中已有重要的应用，如 1996 年 Lukovitz 提出了这参数在化学[定量结构活性关系](#)等中的应用，关于进一步的应用也在探索之中。即 detour index 是图中所有顶点对的 detour 距离（2 点的 detour 距离是最长路的边数），如此 detour 指数是  $NP$  难的，如在美国数学评论见至今题目中含“detour index”的论文仅 21 篇、“detour indices”7 篇，并最近 2020 年以来的论文一共有 5 篇：



①、Yubin Zhong, Sakander Hayat, Asad. Khan, [Hamilton-connectivity](#) of line graphs with application to their detour index. [J. Appl. Math. Comput. 68 \(2022\), no. 2, 1193—1226](#) (并它的第 17 个参考文献是本申请人赵克文的); ②、Sakander Hayat, Asad Khan, Suliman Khan, Jia-Bao Liu, [Hamilton Connectivity](#) of Convex Polytopes with Applications to Their Detour Index, [Complexity, 6684784 \(2021\),1-23](#) (并第 11 个参考文献是本申请人赵克文的); ③、另一篇的全部 2 个作者都是本申请人读研究生的母校华南师范大学的: Hechao Liu, Xiaona Fang, Extremal phenylene chains with respect to [detour indices](#). [J. Appl. Math. Comput. 67 \(2021\), no. 1-2, 301--316.](#); 还有 2 篇是本申请人赵克文现在全都仍担任编委的杂志发表的论文: ④、Herish O. Abdullah, Zhian I. Omar, Edge restricted detour index of some graphs. [J. Discrete Math. Sci. Cryptogr. 23 \(2020\), no. 4, 861—877](#); ⑤、Shobha V. Patil, Shailaja S. Shirkol, Sunilkumar M. Hosamani, Hyper terminal Wiener index of some dendrimer graphs and detour saturated trees. [Palest. J. Math. 9 \(2020\), no. 2, 740--748.](#))。有意思的是这 5 篇论文都与申请人有关虽有激发作用, 当然这不是关键的, 而在美国[数学评论](#)见题目含 detour index (indices) 的论文至今一共仅有 28 篇中的其中 5 篇的作者是华南师大周波教授的(即后面参考文献[72]-[76]是周波的, 当然应不只这 28 篇即还有题目中不含 detour index 的如 Suliman Khan 等的论文 [Hamilton-connectedness](#) and Hamilton-laceability of planar geometric graphs with applications. [AIMS Mathematics. 6 \(2021\), no. 4, 3947--3973](#) 的第 15 个参考文献是本申请人的并这论文的关键词有 [detour index](#))。总之, 这领域更为可能并立为重点课题之更关键的是得到这领域的主要开拓者周波教授给予合作支持(如周波教授在 2022 年 3 月 11 日给申请人回信说:

“师兄好!

今年的申请书的参加人中不列博士生和硕士生的信息, 只要说有多少个博士、硕士参加就可以的了。我目前有两个博士生, 一个二年级, 一个三年级。

祝万事如意!

周波”。

周波教授在 2022 年 3 月 12 日回信再说: “师兄!

二年级的那个博士生叫郑璐(Lu Zheng), 浙江师范大学的硕士生, 硕士期间已有论文。今年马上就要毕业的三年级博士生袁艳(Yan Yuan)是在中学工作很多年后才来的, 博士期间两篇文章”。

不过, 去年申请失败, 都不好意思就这事一再给周波教授去信求助。若能申请到再说吧)。

此外, 这 28 篇论文中还有杜春娟独立发表的[这篇](#)以及[这篇](#)、还有祁旭丽独立发表的[1 篇](#)共 3 篇论文上作者单位也全是华南师大并都是周波教授的研究生, 如此, 虽然做为我国图论组合界几个高被引科学家之一的周波教授居于世界领先的领域虽多, 但这个领域是他更占很大份量的根据地而且至今才有 28 篇论文的这待发展之时更应起重要奠基性作用才更得到他的合作。此外, 2021 年和 2022 年的上面 3 篇论文提出的猜想和问题全部都是基于图的哈密顿连通性的并它们全都引用本申请人的第一作者论文, 那似乎这领域从哈密顿连通性图突破是关键, 而在这领域正如某大学校长柳柏濂教授在 2001 年都评价出当官的常很小心谨慎不敢说的话“[赵克文在圈结构图\(即哈密顿连通图等\)的五个主要方面均取得国际领先, …, 在国内图论界是少有的](#)”-则本课题组研究这领域正是最佳的选择(见[www.qzu5.com/x.htm](#), 确实, 本申请人自 1990 年研究哈密顿图起至 2001 年在哈密顿连通图、泛圈图、点泛圈图、边泛圈图、泛连通图这 5 个领域用当时最先进的邻域并条件的研究上都是世界最先突破的并其实它们的含参数的方面早在 1993 年就被本



申请人全部突破领先，而在不含参数的这 5 个领域的前 2 个都是本申请人最先突破和彻底解决，不过后 3 个领域至今仍没有好的进展即要做到最好可能每个[用百页论文都无法证完](#)。除了邻域并条件，虽然最小度条件、度和条件在 90 年代以前世界上已做到最好但本申请人其后仍在所有领域都进一步做到更极致-见 [www.qzu5.com/ar.htm](http://www.qzu5.com/ar.htm)，当然还有 Fan 条件等某些方面的，而这得感谢许多导师对本申请人读研究生这几年在提前自学好课程和一年级就已在许多领域做出众多成果的本申请人的宽容如上课的大部分时间思考研究问题都从不被抓使本申请人至 1993 年底完成的[哈密顿图论文已有 50 篇](#)而当时 1993 年以前世界上在期刊上已发表哈密顿图论文最多的还不到 30 篇)。如此，我们确立这领域为本项目的重点课题。

### (6) 图谱论二： 广义友谊图

关于这课题，本申请人和国外合作者基于 Paul Erdős 等在 60 年代解决的友谊图而提出的同谱确定性猜想而最近已完成一些更广泛的工作，其进展概况如下：

王建锋, Belardo, 黄琼湘, Borovicanin 等在论文 On the two largest Q-eigenvalues of graphs. *Discrete Math.* 310 (2010), no. 21, 2858–2866 中提出猜想: 友谊图是 DAS.

王建锋, 赵海兴, 黄琼湘 在论文 Spectral characterization of multicone graphs. *Czechoslovak Math. J.* 62(137) (2012), no. 1, 117–126 中再提出上面猜想: 友谊图是 DAS.

其后, Kinkar Ch. Das 在 2013 年证明这友谊图猜想 (Proof of conjectures on adjacency eigenvalues of graphs. *Discrete Math.* 313 (2013), no. 1, 19–25)

同年和我们合作的 Oboudi 教授以及 Abdollahi 和 Janbaz 的论文 Graphs cospectral with a friendship graph or its complement. *Trans. Comb.* 2 (2013), no. 4, 37–5 说上面 Kinkar Ch. Das 的证明有漏洞并得到 if  $G$  has no cycle of length 4 or 5, then  $G \cong F_n$ . Moreover if  $G$  is connected and planar then  $G \cong F_n$ 。也还得一些相关结果。

2015 年 4 个欧美专家 Sebastian Cioabă, Willem Haemers, Jason Vermette, Wiseley Wong 的论文 The graphs with all but two eigenvalues equal to  $\pm 1$ . *J. Algebraic Combin.* 41 (2015), no. 3, 887--897 证明除  $n=16$  以外, 友谊图猜想成立。

本申请人最近合作的论文 The spectral characterization of the connected multicone graphs  $K_w \nabla m k_{n,n}$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 606–613 得到下面定理:

**定理 3.1:** Let  $G$  be a connect graph, if  $\text{Spec}_A(G) = \text{Spec}_A(K_w \nabla m k_{n,n})$ , then  $G \cong K_w \nabla m k_{n,n}$  (显然, 若  $w=1, n=1$  时  $K_w \nabla m k_{n,n}$  就是友谊图, 因而也解决连通图的上面 4 个欧美专家未解的  $n=16$  的情况)

定理 3.2: Let  $G$  be a graph, if  $\text{Spec}_L(G) = \text{Spec}_L(K_w \nabla m K_{n,n})$ , then  $G \cong K_w \nabla m K_{n,n}$ 。

本申请人最近合作的另一论文 On the spectral determinations of the connected multicone graphs  $K_r \nabla s K_t$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 149–158. 得到下面主要定理:

**定理 3.2:** If  $G$  is a connect graph  $A$ -cospectral with mutricone graph  $K_r \nabla s K_t$ , then  $G$  is DAS. (显然若  $r=1, t=2$  时  $K_r \nabla s K_t$  就是友谊图)

定理 4.2: For  $s \geq 3$ , complement of graphs  $K_r \nabla s K_t$  are DAS.

定理 5.3: graphs  $K_r \nabla s K_t$  are DLS.

显然, 我们这两篇论文都不止于要解决友谊图, 而是要解决比友谊图广泛又复杂得多



的两类很著名的图类  $K_r \nabla_s K_t$  和  $K_w \nabla_m K_{n,n}$ , 而且它俩还是 multicone graphs 的很有代表性的中心图类。如此, 我们不仅研究并得到它俩及其补图在一些是 DAS、DLS、DQS, 并还在论文中提出下面 3 个猜想:

猜想 1: 除  $K_r \nabla_3 K_1$  外  $K_r \nabla_s K_t$  是 DQS.

猜想 2: 和  $K_w \nabla_m K_{n,n}$  ( $m \neq 2$ ) 的补图同谱的图是 DS

猜想 3:  $K_w \nabla_m K_{n,n}$  是 DQS.

(7) 本申请人还在图荫度、生成树等领域, 都彻底解决这些领域最基本最中心的猜想问题并我清楚地记得我在图荫度、生成树这 2 个领域所花费的精力和时间都比上面领域的确实多得多 (参见 [www.qzu5.com/ac5.htm](http://www.qzu5.com/ac5.htm))。

## 2、海南状况的依据

这可当做**项目的立项依据**之二, 这是不能忽视的海南独具的立项的依据。上面是部分科研依据, 在下面再述下一个本申请人几十年来一直主攻如此是非常繁多的科研依据之前, 先插入它。关于陈述海南的相对性状况依据才是本申请项目的主要依据, 是若没有与大陆以及海南自身状况的相对性依据, 特别是没有与大陆的相对性考查, 海南的申请就没有一点竞争力, 就没有可能也就没有必要申请: 如上面海南历史上第一个国家自然科学基金项目就是基于相对性 (即到诞生海南历史上第一个时的该项目的论文除了上面**本申请人的论文包含的他的权威杂志论文**外, 在中国知网见他的其余 5 篇中海南大学学报 2 篇再另 3 篇都是一般普通杂志的)。更如从事模糊数学的海南师大张诚一教授和我们海南热带海洋学院的林焯贤已分别主持 5 项和 4 项国家自然科学基金 (在国家自然科学基金委网也可查见), 但在这网 [www.qzu5.com/zn.htm](http://www.qzu5.com/zn.htm) 见他俩自己陈述并列出生清单中张诚一教授至今仍仅有 3 篇 SCI 论文而我校 2008 年对林焯贤教授的报道说他已主持 2 项国家自然科学基金项目以及发表 3 篇 SCI 论文并在中国知网见 2008 年前林焯贤的国内论文一共 15 篇其中琼州大学学报占 5 篇还有海南师院及函授学报等, 这已是以前非常值得敬仰的海南特别是全校最杰出之一的贡献了。虽然张诚一教授的论文比林焯贤教授的多很多但都没有国内权威杂志和排名前 30 名重点大学的学报论文并他的最高学位仅是河南教育学院函授本科毕业而林焯贤是正规学士, 这就是以前海南不容易的普遍状况。

如此, 评委们有必要了解和区分面向落后地区申请国家自然科学基金的地区科学基金和面上项目的不同。就因海南非常不容易, 就使本申请人不恋爱不结婚的拚但几十年来对国家自然科学基金的申请都仍一直失败。

当然, 象本申请人做的哈密顿图已非常不容易又对外没条件合作, 对内没权没人那这申请书肯定差劲惨淡, 不象上面张诚一教授和林焯贤教授的那么闪光, 则只望**宽恕!**如张诚一是大学副校长兼副书记则怎样写都受重视且又申请本身的地区基金、再林焯贤的合作者计翔教授更是常主持的中国动物生理生态分会主任委员、中国两栖动物学会理事长等。

如此, 就使本申请人的奋斗程度就象我国组合数学界几个高被引学者之一并在上面本项目的重点课题是世界主要根据地的领袖周波教授来信说 “深受师兄对数学之喜爱所



感染，亦为师兄的成绩而自豪”，还有原北京大学副校长现武汉大学校长张平文院士的北京大学 1984 级数学专业同学侯教授说本申请人是“数学魔鬼天才”，但在海南再加倍拚搏到象本申请人不恋爱不结婚，然而本申请人至今也仅能发表论文一百多篇，其中第一作者或通信作者的 SCI 论文 20 篇，还有国内权威杂志论文或前排名 15 名重点大学的学报第一作者兼通信作者论文 19 篇（这远不及大陆的一毛，以前更不易如我校被教育部批准筹建升格为本科大学之前我校这方面的论文仅有 10 篇且几乎全是本申请人的论文，见 [www.qzu5.com/qw.htm](http://www.qzu5.com/qw.htm)，这些不易很难被大陆专家切身了解）。总之，这相对大陆其它省来说海南非常艰难，就如这申请书的（二）研究基础与工作条件的最后段说因我的祖父在 50 年代是人大主席使我更有切肤之感而所做涉及海南开创性的还是似乎有点不可思议的。

#### （8）哈密顿图

大概陈述了海南整个状况的不容易，这部分就可以说本申请人几十年来一直研究的哈密顿图，就如刘振宏教授和李明楚教授说它的“非常不容易”，也如李乔、李炯生、徐俊明教授的“科大组合与图论专业三十五年”中说‘哈密顿图研究者遍布全国、发展之势席卷全国’。所幸本申请人很早就对哈密顿图开展研究，就如导师柳柏濂教授说本申请人‘锲而不舍地对哈密顿图问题的 16 个领域展开研究并都有所突破’，柳教授还说“国内图论界做得这么全面的是少有的”，如本申请人在不含参数的泛圈图的一篇论文就要突破 22 个瓶颈才能做到最好可能并打印的证明约 2 百页。就如此被美籍哈密顿图权威赖虹建教授说“世界领先水平”、另一美籍哈密顿图权威陈冠涛教授来信说“你是一个献身于科学的人”。而要这领域之不易就如不含参数的点泛圈图至今仍难于期待有大的突破-见 [www.qzu5.com/ha.htm](http://www.qzu5.com/ha.htm)，如此本申请人至今都还没心情谈恋爱更别说结婚）。

虽然，就如 [www.qzu5.com/lw.htm](http://www.qzu5.com/lw.htm) 见 70 年代以前发表的哈密顿图论文是世界最多的 Zdzisław Skupien 教授，他的博士 Adam Paweł Wojda 也是世界著名的哈密顿图权威，而 Skupien 教授在 1974 年已合作论文的他的另一博士 Antoni Marczyk 教授不久前在 1 区杂志 *Dissertationes Mathematicae* 第 454 卷(2008 年)的综述论文“Cycles in graphs and related problems”引用本申请人的 2 篇哈密顿图论文虽不多但国内被引最多的也仅是 2 篇，还很遗憾象我的这篇泛圈图和很多论文都是开创性的却仍没有发表(见 [www.qzu5.com/ha.htm](http://www.qzu5.com/ha.htm) 等)。这杂志的 SCI 影响因子是 1.941 并列入期刊分区的 1 区[说明在数学期刊中是影响因子较高的一类]，当然影响因子和杂志重要性似乎并不能划等号，关键是他的师兄弟几乎都做哈密顿图并做的都是前辈权威，就可见其互相影响相互促进的高度广度深度)。

下面更具体陈述哈密顿图在国内外研究现状及发展动态分析(上面也见一些主要课题与它密切相关，下面结果中属于本申请人大多数都还没有发表，就陈述出来)：

#### 第 1.1 节、哈密顿圈

1952 年 Dirac 得到度条件，开辟哈密顿图及相关领域的发展途径。

**定理 1.1**(Dirac,1952[10]): 若  $n$  阶  $G$  的任一点  $x$  均有  $d(x) \geq n/2$ ，则  $G$  是哈密顿图。

1960 年 Ore[21] 引进度和条件，推广上面度条件。1984 年范更华教授得到推广它们的下面“范定理”[13]，被认为是“在这一问题的研究上开辟了一条新的途径”：



**定理 1.2**(范更华,1984[13]): 若 2 连通  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $\max\{d(x),d(y)\} \geq c/2$ , 则  $G$  有  $c$  圈。

为了把界  $c/2$  改进到  $(c-1)/2$ , 本申请人和宋春伟教授等在 *Proc. Amer. Math. Soc.*[66] 发表下面过度性结果, 以求探讨更先进可行的方法理论和途径:

**定理(1)** (赵克文, 宋春伟, 张萍, 2014[42]) : 若  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $\max\{d(x),d(y)\} \geq (n-1)/2$ , 则  $G$  有哈密顿圈或 3 个例外图。

2007 年本申请人和赖虹建教授等在 *Appl. Math. Lett.* 也推广“范条件”为:

**定理(2)** (赵克文, 赖虹建等,2007[43]): $k$  连通  $n$  阶图  $G$  的含满足  $1 \leq |N(x) \cap N(y)| \leq \alpha-1$  的任两点  $x,y$  的  $k$  个独立点组成的点集  $S$  均满足  $\max\{d(v):v \in S\} \geq n/2$ , 则  $G$  是哈密顿图。

1978 年德国柏林工业大学 Heinz Jung 教授[15]考虑坚韧图的 Ore 条件的, 得到:

**定理 1.3:** 若  $n$  阶坚韧图  $G$  的不相邻的任两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n-4$ , 则  $G$  是哈密顿图。

2007 年李胜家教授等[19]在《离散应用数学》、2006 年美国南卡罗来纳大学数学系 Li Rao 教授[18]在《信息处理快报》都推广 Ore 条件  $d(x)+d(y) \geq n$  为:

**定理 1.4**(李等,2007[19]; Li, 2006[18]): 若  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n-1$ , 则  $G$  是哈密顿图或  $G \in G_{(n-1)/2} \vee K_{(n+1)/2}$ 。

赵克文改进李胜家教授等和 Li Rao 教授的定理 1.4 的界  $d(x)+d(y) \geq n-1$ , 得到:

**定理(3)** (赵克文等): 若  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n-2$ , 则  $G$  是哈密顿图或  $G \in \{(G_{(n-1)/2} \vee K_{(n+1)/2}) - e, G_{(n-1)/2} \vee K_{(n+1)/2}, G_{(n-2)/2} \vee (K_{(n-2)/2} \cup K_2), G_{(n-2)/2} \vee K_{(n+2)/2}, G_2 \vee 3K_2, G_2 \vee (2K_2 \cup K_1)\}$  (待出版)。

因篇幅所限, 上面只能简略介绍度型(含范条件)方向。下面再说邻域并方向:

欧拉奖得主 Faudree 等在 1991 年得到邻域并条件:

**定理 1.5** (Faudree 等,1991[13]): 若 2 连通  $n$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n-\delta$ , 则  $G$  是哈密顿图。

其后, 赵克文和赖虹建教授等得到更深刻改进结果:

**定理(4)** (赵克文, 赖虹建等):2 连通  $n$  阶图  $G$  的满足  $1 \leq |N(x) \cap N(y)| \leq \alpha-1$  的任两点  $x,y$  均有  $|N(u) \cup N(v)| \geq n-\delta-1$ , 则  $G$  是哈密顿图或几个例外图。

另一工作是宋增民和张克民教授[32]在《离散数学》得到一起考虑度和条件的结果。

其后, 本申请人赵克文和 Ronald Gould 教授合作研究“范型”方向而得到推广上面宋增民和张克民教授的 1994 年[24]的结果如下:

**定理(5)** (赵克文, Gould): $G$  是独立数为  $\sigma$ 、连通度为  $\kappa$ ,  $n \geq 3$  阶图, 对图  $G$  的任一含距离是 2 的两点的恰有  $\kappa+1$  的点的独立点集  $S$ , 若满足下列条件之一, 则  $G$  是哈密顿图:

(i)存在  $u,v \in S$ , 使  $d(u)+d(v) \geq n$  或  $|N(u) \cap N(v)| \geq \alpha$ ; (ii)对  $S$  中任意两点  $u,v$ , 均有  $|N(u) \cup N(v)| \geq n-\delta(S)$ 。

2006 年赵克文和 Gould 教授得到了下面结果:

**定理(6)**(Gould,赵克文): 2 连通  $n$  阶图  $G$  的两两距离为 2 的点对均有  $\{|N(x) \cup N(y)|+d(u), |N(w) \cup N(z)|+d(v)\} \geq n$ , 则  $G$  是哈密顿图。

## 第 1.2 节、哈密顿连通性

1963 Ore [22]得到度和条件的哈密顿连通性结果:



**定理 2.1(Ore):**若  $n$  阶图  $G$  的任不相邻的  $x,y$  均有  $d(x)+d(y)\geq n+1$ , 则  $G$  是哈密顿连通图。

赵克文也已把 Ore 的界  $n+1$  改进到  $n-1$ , 把不相邻两点推广到距离是 2 的两点。

**定理(7)** (赵克文等): 若  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y)\geq n-1$ , 则  $G$  是哈密顿连通图或  $G\{K_6, G_3\vee(K_2\cup K_2\cup K_2), G_{(n-1)/2}\vee(K_{(n-3)/2}\cup K_2), G_{(n-1)/2}\vee K_{(n+1)/2}, G_{n/2}\vee K_{n/2}, (G_{n/2}\vee K_{n/2})-e\}$ 。

我们还上面定理 1.1 的范条件”的距离是 2 推广到满足  $1\leq|N(x)\cap N(y)|\leq\alpha-1$  的 2 点, 并把范更华教授的哈密顿图推广到下面哈密顿连通图:

**定理(8)** (赵克文等): 若 3 连通  $n$  阶  $G$  的满足  $1\leq|N(x)\cap N(y)|\leq\alpha-1$  的任 2 点  $x, y$  均有  $\max\{d(x),d(y)\}\geq n/2$ , 则  $G$  是哈密顿连通图或一些例外图。

在邻域并条件, 我们还上面 Faudree 等的定理 1.5 的哈密顿图推进到哈密顿连通图

**定理(9)** (赵克文等): 若 2 连通  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x)\cup N(y)|\geq n-\delta$ , 则  $G$  是哈密顿连通图或例外图。

### 第 1.3 节、泛圈性

1994 年 Aldred、Holton 和张克民教授合作[4]改进 Bondy[7]的度和条件的泛圈性为:

**定理 3.1(1994[4]):**若 2 连通  $n\geq 3$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y)\geq n-1$ , 则  $G$  是泛圈图或  $K_{(n+1)/2}^C\vee G_{(n-1)/2}$  或  $K_{n/2,n/2}$  或  $C_5$ 。

赵克文和张萍教授等进一步考虑距离是 2 的情况, 推广定理 3.1:

**定理(10)** (赵克文, 张萍等): 若 2 连通  $n\geq 3$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y)\geq n-1$ , 则图是泛圈图或  $K_{(n+1)/2}^C\vee G_{(n-1)/2}$  或  $K_{n/2,n/2}$  或  $K_{n/2,n/2}-e$  或  $C_5$ 。

除了度条件, 在邻域并条件方向, 欧拉奖得主 Faudree 和 Gould 教授等在 1991 年得到一般图条件  $NC\geq(2n+5)/3$  的泛圈性:

**定理 3.2(Faudree 等 1991):** 2 连通  $n(n\geq 19)$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x)\cup N(y)|\geq(2n+5)/3$ , 则  $G$  是泛圈图。

其实, 在更早几年的 1988 年 Faudree 校长和 Gould 及 Lindquester 等在“第 6 届国际图论会议”上报告他们的无爪图的泛圈性工作:

**定理 3.3(1988 年):** 若 2 连通  $n(n\geq 13)$  阶无爪图  $G$  的不相邻的任两点  $x,y$  均有  $|N(x)\cup N(y)|\geq(2n+1)/3$ , 则  $G$  是泛圈图 (Hamiltonian properties and adjacency conditions in  $K(1,3)$ -free graphs. *Graph theory, combinatorics, and applications, Vol. 1 (Kalamazoo, MI, 1988)*, 467-479.)

1998 年陆致教授和俞正光教授得到下面无爪图的泛圈性结果:

**定理 3.4:** 若 2 连通  $n(n\geq 12)$  阶无爪图  $G$  的不相邻的任意 3 点  $x,y,z$  均有  $|N(x)\cup N(y)|+|N(x)\cup N(z)|+|N(y)\cup N(z)|\geq 2n-1$ , 则  $G$  是泛圈图 (《清华大学学报自然科学版(英文版)》 3(1998), 4, 1218-1220)。

陆致教授和俞正光教授对定理 3.3 的推广是把 1988 年的定理 3.3 的一对点的邻点的并推广到三对点的并, 这三对点的界  $2n-1$  相当于定理 3.3 一对点的界  $(2n+1)/3$ 。

1998 年李相文教授和卫兵教授得到一般图的界  $(2n-3)/3$ :

**定理 3.5**(李相文和卫兵[20]): 2 连通  $n\geq 31$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x)\cup N(y)|\geq(2n-3)/3$ , 则  $G$  是泛圈图。



虽然李相文教授和卫兵教授[20]把上面的邻域并的界从 $(2n+5)/3$ 改进到 $(2n-3)/3$ 。不过，遗憾的是他们反而把阶只做到 $n \geq 31$ ，没有做到 Faudree 等人的 $n \geq 19$ 。而从上面泛圈性的几个定理的阶 $n$ 的界分别做到是19、13、12、31来看，这阶 $n$ 做到小阶图很困难，说明小阶图的解决具有典型代表性、一般规律性。其实，李相文教授和卫兵教授在他们的论文中的22个地方的阶 $n$ 的界分别仅推进到：31, 31, 28, 25, 31, 31, 31, 19, 25, 22, 31, 25, 22, 31, 19, 31, 31, 16, 16, 31, 31, 31。因论文中既把最下界做得这么确定又无法再向前推进到更小，这迫使本申请人决心突破之，即经多年研究得到这课题（包含上面定理3.2到定理3.5）的下面最好进展（即从下面定理看到本申请人把阶改进到10却竟也没有例外图！当然对它的突破的收获，感到在方法上突破的收获比结果的收获更大）。

**定理(11)(赵克文)**：2连通 $n \geq 10$ 阶图 $G$ 的不相邻的任意两点 $x, y$ 均有 $|N(x) \cup N(y)| \geq (2n-3)/3$ ，则图是泛圈图。进一步地，得到若 $n \geq 16$ ， $\delta \geq (n+k)/3$ ， $NC \geq (2n-3)/3 - k/3$ ，则 $G$ 是泛圈图。

#### 第1.4节、点泛圈性

关于度型条件：2002年德国的Randerath, Schiermeyer, Volkmann等[31]总结得到：

**定理4.1**(Randerath等,[23])：若2连通 $n$ 阶图 $G$ 的不相邻的任意两点 $x, y$ 均有 $d(x)+d(y) \geq n$ ，则 $G$ 是4-点泛圈图或 $K_{n/2, n/2}$ 。

本申请人进一步解决

**定理(12)**(赵克文等)：若2连通 $n \geq 7$ 阶图 $G$ 距离是2的任意两点 $x, y$ 均有 $d(x)+d(y) \geq n-1$ ，则 $G$ 是4-点泛圈图或 $H_{(n-1)/2} \vee K_{(n+1)/2}^C, K_{n/2, n/2}, H_2: (K_1 K_{n-3})$ 之一。

这个定理也是把上面Aldred、Holton和张克民教授的泛圈图结果推进到点泛圈图。

关于邻域并型条件：1991年南京大学召开的首届圈图专题讨论会论文集的最后一篇“研究问题”中六个专家提交共六个猜想(当然还提一些问题)，其中的一个猜想被本申请人证明(见 *Australas. J. Combin.* 12 (1995), 81-91)。这猜想由欧拉奖得主Faudree等四个美国权威专家最先提出，其后才在南京大学会议上再提出来。

#### 第1.5节、泛连通性

关于度型条件：蔡小涛教授1984年在《中国科学》发表下面结果：

**定理5.1**(Cai,1984)： $n(n \geq 5)$ 阶图的不相邻的任意两点 $u, v$ 均有 $d(u)+d(v) \geq n$ ，则 $G$ 是 $[5, n]$ 泛连通图或 $G \in \{K_{n/2, n/2}, H_{n/2} \vee K_{n/2}^C, H_{m_2} \vee H_2 \vee K_{nm}\}$ 。

蔡小涛的证明较复杂，而赵克文用简单的方法就予以了全部证明[50]。

赵克文也推广蔡小涛教授的定理5.1到距离是2的“范型”的情形[51]：

**定理(14)**(赵克文等)： $n(n \geq 5)$ 阶的距离是2的任意两点 $u, v$ 均有 $d(u)+d(v) \geq n$ ，则 $G$ 是 $[5, n]$ 泛连通图或 $G \in \{H_{n/2} \vee K_{n/2}^C, H_2 \vee (K_{nm} \cup H_{m_2})\}$ 。

关于邻域并型条件：赵克文得到了下面的结果：

1998年，卫兵教授和朱永津老师合作发表：

**定理5.3**(卫兵, 朱永津1998[34])：若3连通 $n$ 阶图 $G$ 的不相邻的任意两点 $x, y$ 均有 $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta + 1$ ，则 $G$ 是 $[7, n]$ 泛连通图。



卫兵和朱永津教授在这论文中“[Remark: The lower bound 7 in Theorems 1 and 2 might be reduced to 6](#)”即“评论：定理 1 和定理 2 中的下界 7 也许能简少降低为 6”）

正如[这里定理\[20\]](#)已说本申请人赵克文更早就彻底解决比上面卫兵教授和朱永津老师的结果更深刻的距离是 2 的点对的界低到 6 的情况。其后得知他俩发表的结果后，我就把我的论文投到我国最权威的《中国科学》杂志并本来已基本通过了 1 审、2 审但第 3 审编辑部说审稿人已出国联系不到。我的结果如下：

**定理(15)** (赵克文)：若 3 连通  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta + 1$ ，则  $G$  是  $[6, n]$  泛连通图。

如此，定理(15)推出上面卫兵和朱永津教授提出的可能最好结果：

**推论** (赵克文)：若 3 连通  $n$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta + 1$ ，则  $G$  是  $[6, n]$  泛连通图。

其实，本申请人更[彻底解决到\[4, n\]泛连通性](#)的情况：

**定理(15)\*** (赵克文)：若 2 连通  $n$  阶图  $G$  的距离是 2 的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta + 1$ ，则  $G$  是  $[4, n]$  泛连通图或几类例外图。

### 第 1.6 节、[最短路径泛圈性](#)

台湾的王有礼教授、洪西进教授、张肇明教授和詹宏章教授在他们的文章[6]（见 *Discrete Appl. Math.*, 155(2007), 5, 1971-1978）都提出“最短路径泛圈图”概念，得到下面结果：

**定理 1**：若连通  $n \geq 4$  阶图  $G$  的  $\geq (n+2)/2$ ，则图  $G$  是最短路径泛圈图。

**定理 2**：若连通  $n \geq 4$  阶图  $G$  的不相邻的任两点  $u,v$  均有  $d(u)+d(v) \geq (3n-2)/2$ ，则图  $G$  是最短路径泛圈图。

显然，在所有各类度型条件中最小度型条件(即 Dirac 型条件)居于开拓的先导性作用，但对各类哈密顿图的发展起承前启后最关键作用的条件是度和型条件(即 Ore 型条件)  $d(u)+d(v) \geq n+2$ （不过,分数式不是 Ore 型进展的最佳演绎,所以上面第 2 个定理选择错了正确道路的刻画--也就选错了发展方向,也即这领域最关键的 Ore 型还没有做)。如此,我们下面给出整数表达式结果和改进他们的定理 1:

**定理 1'**(赵克文等)：若连通  $n \geq 4$  阶图  $G$  的  $\geq (n+1)/2$ ，则图  $G$  是最短路径泛圈图或  $\{G_3 \vee (K_{(n-3)/2} \cup K_{(n-3)/2}), G_{(n+1)/2} \vee K_{(n-1)/2}^-\}$ 。

**定理 2'**(赵克文等)：若连通  $n \geq 4$  阶图  $G$  的不相邻的任两点  $u,v$  均有  $d(u)+d(v) \geq n+2$ ，则图  $G$  是最短路径泛圈图或某结构简洁的例外图。

此外，他们也还没有做“邻域并条件”的情况，而我们也很容易就解决之。可见我们的方法、技术很丰富很前沿。此课题的“范条件”也尝试，觉得指日可待。只是觉得在这尚没有得到世界各国公认的新领域“最短路径泛圈图”，先不要花费过多时间和精力（这“最短路径泛圈图”领域更详细的论述有一个专门的网 [www.qzu5.com/gpg.htm](http://www.qzu5.com/gpg.htm)）。

### 第 1.7 节、新的充分条件

赵克文在 1993 年海南省首届青年学术大会论文集的论文就提出满足  $d(x,y)=d(y,w)=2$  的广义邻域并条件  $|N(x) \cup N(y)| + d(w) \geq n$  等。赵克文并已解决这些条件的部分哈密顿连通



图、泛圈图、点泛圈图、边泛圈图和泛连通图的课题：

**定理(16)**(赵克文等[52]): 若 2 连通  $n \geq 6$  阶图  $G$  的满足  $d(x,y)=2$  或  $d(y,w)=2$  的任意三点都满足  $|N(x) \cup N(y)| + d(w) \geq n$ , 则  $G$  是点泛圈图或  $K_{n/2, n/2}$  或一例外图。

赵克文也已解决这条件下的点泛圈图问题：

**定理(17)**(赵克文等[53]): 若 2 连通  $n \geq 6$  阶图  $G$  的满足  $d(x,y)=2$  或  $d(y,w)=2$  的任意三点都满足  $|N(x) \cup N(y)| + d(w) \geq n+1$ , 则  $G$  是泛连通图或几类例外图。

**第 1.8 节、Set-泛圈图、k-path 哈密顿图、k-path 可迹图、 $S$  是 cyclable、完美匹配、 $W$ -局部泛圈图等：**

2004 年《离散数学》杂志执行编委 Wayne Goddard[14]得到 set-泛圈性结果：

**定理 8.1:**  $n$  阶图  $G$  的最小度  $\geq (n+1)/2$ , 则  $G$  是 set-泛圈的。

Wayne Goddard 在上面论文中说 Hendry 在论文“Extending cycles in graphs. *Discrete Math.* 85 (1990), 1, 59–72”中得到下面定理：

**定理 8.2:** 若  $n$  阶图  $G$  不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq (3n-3)/2$ , 则  $G$  是 set-泛圈的。

上面第 1.6 节已说：度和的界值取分式常常是非常糟糕的做法。如此，我们得到既推广 Goddard 的定理 8.1、也创立和改进 Hendry 的定理 8.2 的极好的度和条件如下：

**定理(18)**(赵克文):  $n$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $u,v$  均有  $d(u)+d(v) \geq n+1$ , 则  $G$  是 set-泛圈图或某类例外图。

关于 k-path 哈密顿图课题, 纽约州立大学 Kronk 教授 1969 年在 *Proc. Amer. Math. Soc* 和 *J. Combin. Theory B* 分别得到下面度条件、度和条件的结果：

**定理 8.3** (Kronk,[16]): 若 2-连通  $n$  阶图  $G$  的最小度  $\geq (n+k)/2$ , 则  $G$  是 k-path 哈密顿图

**定理 8.4** (Kronk, [17]): 若  $n$  阶 2-连通图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n+k$ , 则  $G$  是 k-path 哈密顿图。

其后，本申请人得到一并推广定理 8.3 和定理 8.4 到距离是 2 的“范型”的结果如下：

**定理(19)**(赵克文): 若  $n$  阶 2-连通图  $G$  的距离为 2 的任意两点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n+k$ , 则  $G$  是 k-path 哈密顿图。

另外，迄今为止，还没有查到邻域并条件的这 k-path 哈密顿图课题的结果。从上面定理(19)看到度型条件的这类图都没有例外图。然而，和以往“若这 2 型没有例外图，则邻域并也没有一个例外图”不同的是，下面我们得到的邻域并条件却有例外图：

**定理(20)**(赵克文): 若  $n$  阶 2 连通图  $G$  的距离为 2 的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta + k$ , 则  $G$  是 k-path 哈密顿图或  $(K_h \# K_1 \# K_{n-h-1})$ 。

定理(19)和定理(20)的详细证明见 [www.qzu5.com/k-p.htm](http://www.qzu5.com/k-p.htm) 并也附这个课题尚待出版的很多有趣的论文。

关于完美匹配，1976 年 Bondy 和 Chvátal 得到度和条件的完美匹配结果如下：

**定理 8.5**(1976): 若偶数  $n \geq 3$  阶图  $G$  的不相邻的任意 2 点  $x,y$  均有  $d(x)+d(y) \geq n-1$ , 则  $G$  有完美匹配 (perfect matching)。

现在，我们研究邻域并条件的完美匹配，得到：

**定理(21)** (赵克文): 若偶数  $n \geq 3$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x,y$  均有  $|N(x) \cup N(y)| \geq n - \delta - 1$ , 则  $G$  有完美匹配。



我们也得到一起推广上面 Bondy 和 Chvátal 的定理 8.5 和定理(21)的结果:

**定理(22)**(赵克文): 若 2 连通  $n$  阶图  $G$  的不相邻的任意两点  $x, y$  均有  $d(x)+d(y)+2|N(x)\cup N(y)|\geq 2n-3$ , 则  $G$  有完美匹配。

1993 年剑桥大学 Béla Bollobás 和 Graham Brightwell 教授[5]得到:

**定理 8.6**(1993[5]): 若  $n\geq 3$  阶图  $G$  的任意 2 个不相邻点  $x, y\in S\subseteq V(G)$ ,  $|S|\geq 3$ , 均有  $d(x)+d(y)\geq n$ , 则  $S$  是 cyclable。

推广上面定理的条件已有  $\sigma_2(S)\geq n$ ;  $\sigma(S)\leq \kappa(G)$ ;  $\sigma(S)\leq \kappa(S)$ ;  $\sigma_3(S)\geq n+\kappa(S)$ ;  $\sigma_4(S)\geq n+2\sigma(S)-2$ ;  $\sigma_4(S)\geq n+\sigma(S)+\kappa(S)-1$ ;  $\sigma_2^{\kappa(S)+1}(S)\geq n$ 。

但迄今还没有查到邻域并条件的这领域结果。如此本申请人这方面的结果已发表如下:

**定理(23)** (赵克文): 若  $n\geq 3$  阶图  $G$  的  $NC_2(S)+d_G(u)\geq n$  的任意 2 个不相邻点  $x, y\in S\subseteq V(G)$ ,  $|S|\geq 3$ , 则  $S$  是 cyclable。

我们也得到此条件的更加进一步的  $S$ -locally pancyclic 图性:

**定理(24)**(赵克文): 若  $n\geq 3$  阶图  $G$  的  $NC_2(S)+d_G(u)\geq n$  的任意 2 个不相邻点  $x, y\in S\subseteq V(G)$ ,  $|S|\geq 3$ , 则  $G$  是  $S$ -locally pancyclic or  $|S|=4$ ,  $G[S]=K_{2,2}$  的一例外图。

基于上面 1990 年 Asratian 和 Khachatryan 局部条件 (即上面定理 1.6), 我们把这局部条件推广到  $S$  是 cyclable 并得到:

**定理(25)** (赵克文): 若  $n\geq 3$  阶图  $G$  的任意路  $xwy$  的不相邻点  $x, y\in S\subseteq V(G)$ ,  $|S|\geq 3$ , 均有  $d(x)+d(y)\geq |N(x)\cup N(y)\cup N(w)|$ , 则  $S$  是 cyclable。

### 第三部分、在上面所述基础上, 本项目“迫切需要解决的关键问题”如下:

**课题一**、化学图论的拓扑指数之一的“detour index 迂回指数”与哈密顿连通图。

detour index (迂回指数) 是图中所有顶点对的 detour 距离, 并自 90 年代中期由化学图论的 2 个世界大师 Alexandru T. Balaban 等[62]和 Nenad Trinajstić 等[63]独立提出以来, 已在美国数学评论见题目中含“detour index”的论文 21 篇、“detour indices”7 篇, 并最近 2020 年以来的论文一共有 5 篇: ①、Yubin Zhong, Sakander Hayat, Asad. Khan,

[Hamilton-connectivity of line graphs with application to their detour index. J. Appl. Math. Comput. 68](#)

(2022), no. 2, 1193—1226 (并它的第 17 个参考文献是本申请人赵克文的); ②、Sakander

Hayat, Asad Khan, Suliman Khan, Jia-Bao Liu, [Hamilton Connectivity of Convex Polytopes with Applications to Their Detour Index, Complexity, 6684784 \(2021\),1-23](#) (并第 11 个参考文献是本申请人赵克文的); ③、另一篇的全部 2 个作者都是本申请人读研究生的母校华南师范大学的:

Hechao Liu, Xiaona Fang, Extremal phenylene chains with respect to [detour indices](#). J. Appl. Math.

Comput. 67 (2021), no. 1-2, 301--316.; 还有 2 篇都是本申请人赵克文担任编委的杂志发表的论文:

④、Herish O. Abdullah, Zhian I. Omar, Edge restricted detour index of some graphs. [J. Discrete](#)

[Math. Sci. Cryptogr.](#) 23 (2020), no. 4, 861—877; ⑤、Shobha V. Patil, Shailaja S. Shirkol, Sunilkumar

M. Hosamani, Hyper terminal Wiener index of some dendrimer graphs and detour saturated trees. [Palest. J. Math.](#) 9 (2020), no. 2, 740--748.)。有意思的是这 5 篇论文都与申请人有关, 当然这不是关键的, 而在美国[数学评论](#)见题目含 detour index (indices) 的论文至今一共仅有 28 篇中其



中 5 篇的作者是华南师大周波教授的(即后面参考文献[72]-[76]是周波的,当然应不只这 28 篇即还有题目中不含 *detour index* 的如 Suliman Khan, Sakander Hayat, Asad Khan, Muhammad Y. H. Malik, Jinde Cao, [Hamilton-connectedness](#) and Hamilton-laceability of planar geometric graphs with applications. *AIMS Mathematics*. 6 (2021), no. 4, 3947—3973 的 [第 15 个参考文献是本申请人的](#)并这论文的[关键词有 \*detour index\*](#))。总之,确立这领域为重点课题的关键是如前面(1. [项目的立项依据](#))说得到周波教授给予合作支持并周波教授安排他的 2 个博士生协作本项目的工作。

此外,这 28 篇论文中还有杜春娟独立发表的[这篇](#)以及[这篇](#)、还有祁旭丽独立发表的 [1 篇](#)共 3 篇论文上作者单位也全是华南师大。此外,2021 年和 2022 年的上面 3 篇论文提出的猜想和问题全部都是图的哈密顿连通性的,那似乎从哈密顿连通性图突破是关键。本项目也将研究其中具有哈密顿连通性(兼具哈密顿-laceable)的关键代表图类的 *detour index* (这都已非常困难,足见求更一般些的将是何等艰巨的 NP 完全问题?)。

有意思的是上面发表在虽非专业杂志但影响因子也是 2.739 的 [AIMS Mathematics](#) 杂志的图的哈密连通性论文的合作者[曹进德是东南大学学术委员会主任并他的主页介绍他获得的国际 Obada 奖是以当时这个 1 区杂志编委名单中本申请人下一位编委 A.-S. F. Obada 命名的奖](#),他虽是全国最多的 3 个学科都是高被引学者,怎么也就进入图的哈密顿连通性,当然这仅说明哈密顿图是一个广泛性的重要课题。关于这 *detour index* 领域 28 篇论文中占 5 篇的华南师大周波教授是我国组合数学几个高被引学者之一并本申请人的奋斗拚博曾得到他来信说“[深受师兄对数学之喜爱所感染,亦为师兄的成绩而自豪](#)”,以及也见原北京大学副校长现武汉大学校长张平文院士的[北京大学 1984 级数学专业同学侯教授说本申请人是“数学魔鬼天才”](#),当然象魔鬼一样的只是拚而非天才[www.qzu5.com/bd.htm](#)),也还因 2021 年和 2022 年的上面 *detour* 指数的 3 篇 SCI 论文都引用本申请人的第一作者论文。如此,确立这领域为重点课题。即本项目将对上面 3 篇 SCI 论文提出的几个猜想和问题中的基本性关键猜想进行研究。下面分别简述 2021 年和 2022 年的这 3 篇论文的具体结果或提出的问题:

论文 1、Suliman Khan 和曹进德等, [Hamilton-connectedness](#) and Hamilton-laceability of planar geometric graphs with applications. *AIMS Mathematics*. 6 (2021), no. 4, 3947—3973。

这论文有 7 节并第 3、第 4、第 5、第 6 都是证明某些图类的哈密顿连通性和求它们的迂回指数,在最后的第 7 节总结提出广义彼得森图的哈密顿连通性的下面猜想(即这 7 节为: 1. Introduction ; 2. Preliminaries ; 3. Hamilton-connectedness and the *detour index* of  $P_n$  ; 4. Hamilton-connectedness and the *detour index* of  $T_n$  ; 5. Hamilton-connectedness and the *detour index* of  $A_n$  ; 6. Hamilton-connectedness, Hamilton-laceability and the *detour index* of Platonic solids ; 7. Conclusions and future work 这论文提出猜想):

**Conjecture 7.1.** (i) The generalized Petersen graph(广义彼得森图)  $GP(n; 4)$  ( $n \geq 9$ ) is non-bipartite Hamilton-connected.

(ii) The generalized Petersen graph  $GP(n; 5)$  ( $n \geq 11$ ) is non-bipartite Hamilton-connected if  $n=2m$  ( $m$  is some integer) and bipartite Hamilton-laceable if  $n=2m+1$  ( $m$  is some integer).

(注: 我们知道 generalized Petersen graph 由 [Harold S. M. Coxeter](#) 大师在他的 1950 年的论文 (Self-dual configurations and regular graphs. *Bull. Amer. Math. Soc.* 56 (1950), 413—455) 中提出。



并上面Conjecture 7.1其实相当于Brian Alspach在30年前提出的猜想“The generalized Petersen graph  $GP(n, k)$ , where  $\gcd(n, k)=1$  and  $GP(n, k)$  is not isomorphic to  $GP(6m+5, 2)$  for some integer  $m$ , is Hamilton-connected, unless it is bipartite in which case it is Hamilton-laceable”中所考查的 $k=4, 5$ 的部分。即Brian Alspach在2009年的论文 (Brian Alspach, Jiping Liu, [On the Hamilton-connectivity of generalized Petersen graphs](#), Discrete Math., 309 (2009) 5461–5473, [11])中说他20年前已提出上面猜想, 但从来没有出版, 并在这2009年的论文由共5节组成: 1. Prologue; 2. Introduction; 3. Toolkit; 4. The cases  $GP(n, 1)$  and  $GP(n, 2)$ ; 5. The case  $GP(n, 3)$ , 即Brian Alspach和Jiping Liu在论文中证明猜想的 $k=1, 2, 3$ 的情况。确实至今仍未有见论文解决 $k \geq 4$ 的情况, 如此曹进德教授等通过对Brian Alspach的30年前提出的猜想的进一步分析的基础上, 在上面2021年的论文中提出 $k=4$ 和5的更精准间化猜想, 如它们不需考虑 $n$ 与 $k$ 的互素性和非同构图。不过, 对 $k=5$ 却要考虑 $n$ 的奇偶性, 这是与Brian Alspach的猜想不同的, 既然这两类形式的猜想都尚未解决, 本课题可结合起来探索研究。当然从Alspach等的工作进展的缓慢, 也知道其难度, 特别是 $k$ 越大似乎分析解决其哈密顿连通性更复杂。不论如何, 若能解决 $k=4$ 和5的猜想, 也许对Brian Alspach的上面其余 $k \geq 6$ 猜想的解决有极其重要参考价值。关于30年前提出猜想的Brian Alspach, 其世界著名与权威性如Discrete Math.杂志2005年第1至3期的标题都是“[Graph Theory of Brian Alspach](#)”即这3期论文或一般性文章都是为献给或庆祝或涉及Brian Alspach的并如有一篇是“[Brian Alspach and his work](#)”)

论文2、Sakander Hayat, Asad Khan, Suliman Khan, Jia-Bao Liu, [Hamilton Connectivity of Convex Polytopes with Applications to Their Detour Index](#), [Complexity](#), 6684784 (2021), 1-23。这论文的总结中提出3个问题:

**Problem 1.** Is there any other way to show Hamilton-connectivity of a given graph?

**Problem 2.** Baca introduced a family of convex polytopes. Determine whether is Hamilton-connected. (M. Bača, Face anti-magic labelings of convex polytopes, Utilitas Mathematica, 55, 1999, 221–226)

**Problem 3.** Imran et al. , introduced the family of convex polytopes. Determine whether or not is Hamilton-connected. (M. Imran et al. , On families of convex polytopes with constant metric dimension, Computers & Mathematics with Applications, 60, (9), 2010, 2629–2638)

论文3、Yubin Zhong, Sakander Hayat, Asad. Khan, [Hamilton-connectivity of line graphs with application to their detour index](#). [J. Appl. Math. Comput.](#) 68 (2022), no. 2, 1193-1226, 它的总结中提出3个问题:

**Problem 4.** Show that every non-bipartite generalized Petersen graph is Hamilton-connected.

**Problem 5.** Show that every bipartite generalized Petersen graph is Hamilton-laceable.

**Problem 6.** Show Conjecture 1 asserting that almost all graphs are Hamilton-connected.

这3个杂志: [AIMS Math.](#) 也算是1区杂志、[J. Appl. Math. Comput](#) 也是1区杂志、[Complexity](#) 是2区杂志, 当然都不是专业权威杂志, 但其问题值得研究猜是关键。

关于课题一的研究内容, 优先研究上面曹进德教授等的论文1中提出的哈密顿连通性猜想  $GP(n; 4)$ 和  $GP(n; 5)$ , 同时也尽量探索研究 Brian Alspach的猜想  $GP(n; 4)$ 和  $GP(n; 5)$ , 这可以当做课题一的猜想1。通过不断深入探索比较研究, 找准可优先突破的进而研究并基本解决之, 以此带动更多  $k$  类的解决。因项目研究期较长, 再看项目进展情况, 而尝试探索上面 Problem 1-6, 特别是上面 Complexity 杂志一共提出的3个哈密顿连通性问题也有密切关系。确立这领域, 就如2021年和2022年的上面3篇论文提出的猜想和问题全部都是基于图的哈密顿连通性的并它们全都引用本申请人的第一作者论文, 那似乎这领域从哈密顿连通性图突破是关键, 而在这领域正如其时的某大学正校长柳柏濂教授在2001年都评价出当官的常很小心谨慎不敢说的话“[赵克文在圈结构图的五个主要方面均取得国际领先, …, 在国内图论界是少有的](#)”-则本课题组研究这领域正是最佳的选择 (见



[www.qzu5.com/x.htm](http://www.qzu5.com/x.htm), 确实, 本申请人自 1990 年研究哈密顿图起至 2001 年在哈密顿连通图、泛圈图、点泛圈图、边泛圈图、泛连通图这 5 个领域用当时最先进的邻域并条件的研究上都是世界最先突破的并其实它们的含参数的方面早在 1993 年就被本申请人全部突破领先, 而在不含参数的这 5 个领域的前 2 个都是本申请人最先突破和彻底解决, 不过后 3 个领域至今仍没有好的进展即要做到最好可能每个用百页论文都无法证完。除了邻域并条件, 虽然最小度条件、度和条件在 90 年代以前世界上已做到最好但本申请人其后仍在所有领域都进一步做到更极致-见 [www.qzu5.com/ar.htm](http://www.qzu5.com/ar.htm), 当然还有 Fan 条件等某些方面的, 而这得感谢许多导师对本申请人读研究生这几年在提前自学好课程和一年级就已在许多领域做出众多成果的本申请人的宽容如上课的大部分时间思考研究问题都从不被抓使本申请人至 1993 年底完成的哈密顿图论文已有 50 篇, 而当时 1993 年以前世界上在期刊上已发表哈密顿图论文最多的还不到 30 篇)。如此, 我们确立这领域为本项目的重点课题。

## 课题二: 图谱理论。

本申请人和国外合作者基于友谊图猜想而最近已完成一些工作。关于这领域的概况:

王建锋, Belardo, 黄琼湘, Borovicainin 等在论文 On the two largest Q-eigenvalues of graphs. *Discrete Math.* 310 (2010), no. 21, 2858–2866 中提出猜想: 友谊图是 DAS.

王建锋, 赵海兴, 黄琼湘在论文 Spectral characterization of multicone graphs. *Czechoslovak Math. J.* 62(137) (2012), no. 1, 117–126 中再提出上面猜想: 友谊图是 DAS

其后, Kinkar Ch. Das 在 2013 年说证明友谊图猜想 (Proof of conjectures on adjacency eigenvalues of graphs. *Discrete Math.* 313 (2013), no. 1, 19–25)

同年和我们合作的 Oboudi 以及 Abdollahi 和 Janbaz 的论文 Graphs cospectral with a friendship graph or its complement. *Trans. Comb.* 2 (2013), no. 4, 37–5 说上面 Kinkar Ch. Das 的证明有漏洞并得到 if  $G$  has no cycle of length 4 or 5, then  $G \cong F_n$ . Moreover if  $G$  is connected and planar then  $G \cong F_n$ . 也还得一些相关定理.

2015 年 4 个欧美专家 Sebastian Cioabă, Willem Haemers, Jason Vermette, Wiseley Wong 的论文 The graphs with all but two eigenvalues equal to  $\pm 1$ . *J. Algebraic Combin.* 41 (2015), no. 3, 887--897 得到除  $n=16$  以外的情况友谊图猜想成立.

本申请人赵克文最近合作的论文 The spectral characterization of the connected multicone graphs  $K_w \nabla m k_{n,n}$ . *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 606–613 得到下面定理:

**定理 3.1:** Let  $G$  be a connect graph, if  $\text{Spec}_A(G) = \text{Spec}_A(K_w \nabla m k_{n,n})$ , then  $G \cong K_w \nabla m k_{n,n}$  (显然, 若  $w=1, n=1$  时  $K_w \nabla m k_{n,n}$  就是友谊图, 也解决连通图的上图 4 个欧美专家未解的  $n=16$  的情况)

定理 3.2: Let  $G$  be a graph, if  $\text{Spec}_L(G) = \text{Spec}_L(K_w \nabla m K_{n,n})$ , then  $G \cong K_w \nabla m K_{n,n}$ .

本申请人最近合作的另一论文 On the spectral determinations of the connected multicone graphs  $K_r \nabla s K_t$ . *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 149–158. 得到下面主要定理:

**定理 3.2:** If  $G$  is a connect graph  $A$ -cospectral with mutricone graph  $K_r \nabla s K_t$ , then  $G$  is DAS. (显然若  $r=1, t=2$  时  $K_r \nabla s K_t$  就是友谊图)

定理 4.2: For  $s \geq 3$ , complement of graphs  $K_r \nabla s K_t$  are DAS.

定理 5.3: graphs  $K_r \nabla s K_t$  are DLS.

显然, 我们这两篇论文都是不只解决友谊图, 而是要解决比友谊图广又复杂得多的两类很著名的图类  $K_r \nabla s K_t$  和  $K_w \nabla m K_{n,n}$ , 而且它俩还是 multicone graphs 的中心图类。如此, 我们不仅研究并得到它俩及其补图在一些是 DAS、DLS、DQS, 并还在论文中提出下面 3 个猜想:



**猜想 1:**  $K_w \nabla m K_{n,n}$  是  $DQS$ .

**猜想 2:** 和  $K_w \nabla m K_{n,n}$  ( $m \neq 2$ ) 的补图同谱的图是  $DAS$

**猜想 3:** 除  $K_r \nabla 3 K_1$  外,  $K_r \nabla s K_t$  是  $DQS$ .

本课题将继续寻求与申请人合作完成上面论文并提出猜想的国外合作者的协助下尽力解决其中的猜想 1 为主的相关问题。特别是, 合作申请人周后卿教授也是图谱论专家, 他已发表近百篇图谱论论文, 并 2021 年前的近几年以来每年他都发表约 5 篇图谱论论文, 其中他在国际杂志也发表多篇。将可能合作参与本项目的还如周波教授去年来信提供他的 2 个博士生协助参与本项目。此外, 在前面“第一部分、研究意义”的“第 1、哈密顿图”的那段已说: 与本申请人合作的 1995 年以前的论文被国外这领域前辈权威专家 Marczyk 教授的圈与路综述文章收录的论文是中国最多之一的导师柳柏濂教授也是这图谱论领域的世界权威专家, 具有这学科高瞻远瞩的视野和丰富深刻的经验, 也会适时请求指导本课题走向更可行和有意义的方向(如后面参考文献[84][85][86]是柳柏濂教授的上面 2 个领域 3 本都汇集 2 百个文献以上的专著, 多读它们是全面把握这些领域的基础)。

### 课题三、图染色的不唯一性

这只是本项目的附加课题。虽本申请人在很多领域都做出开创性或开拓性工作, 但因上面课题内容已足够多, 如此只有在上面课题进展顺利下, 才再附加此课题, 这只因在图染色领域世界上似乎只有本申请人发表图染色的不唯一论文。就再加下面 2 个问题

**猜想 1:** 若图的某同构的平面图的边面色数等于边色数(点边面色数等于点边色数), 则边面着色(点边面着色)是不唯一的。

“边面色数等于边色数”的图类甚至是无穷的, 但是否这类图的着色都不唯一? 则这个猜想是很有趣的, 并就使不成立但仅有少数例外也是一个神奇的现象。

反过来呢? 即**问题 2:** 若图是着色不唯一的, 则存在某同构的平面图其边面色数等于边色数(点边面色数等于点边色数)?

猜想 1 比问题 2 更可解决, 虽然它们都可能例外, 特别是问题 2 有例外图类的可能比猜想 1 更大, 例外图类可能更多(可参考 [www.qzu5.com/ef.htm](http://www.qzu5.com/ef.htm))。如此, 若进展顺利可尝试猜想 1。

## 参考文献

- [1] Suliman Khan, Sakander Hayat, Asad Khan, Muhammad Malik, Jinde Cao, Hamilton-connectedness and Hamilton-laceability of planar geometric graphs with applications. *AIMS Mathematics*. 6 (2021), no. 4, 3947--3973.
- [2] Sakander Hayat, Asad Khan, Suliman Khan, Jia-Bao Liu, Hamilton Connectivity of Convex Polytopes with Applications to Their Detour Index. *Complexity*, 6684784 (2021), 1-23.
- [3] Yubin Zhong, Sakander Hayat, Asad. Khan, Hamilton-connectivity of line graphs with application to their detour index. *J. Appl. Math. Comput.* 68 (2022), no. 2, 1193-1226.
- [4] R. Aldred, D. Holton, K. M. Zhang, A degree characterization of pancyclicity, *Discrete Math.*, 127(1994), 1-3, 23-29
- [5] B. Bollobás, G. Brightwell, Cycles through specified vertices. *Combinatorica* 13 (1993), no. 2, 147-155.
- [6] H.C. Chan, J.M. Chang 等, Geodesic-Pancyclic Graphs, *Discrete Applied Math.*, 155(2007), 5, 1971-1978.
- [7] J. A. Bondy, Pancyclic graphs. I. *J. Combinatorial Theory Ser. B* 11 1971 80--84.
- [8] Xiaotao Cai. On the panconnectivity of Ore graphs. *Sci. Sinica Ser. A* 27 (1984), no. 7, 684--694.



- [9] Donald Knuth, A. diamonds, checkerboard graphs, and spanning trees. *J. Algebraic Combin.* 6 (1997), 253-257
- [10] G.A Dirac, Some theorems on abstract graphs, *Proc. London Math.Soc.* 2 (1952) 69-81.
- [11] Brian Alspach, Jiping Liu, On the Hamilton-connectivity of generalized Petersen graphs, *Discrete Math.*, 309 (2009), 5461–5473
- [12] G.H. Fan, New sufficient conditions for cycles in graphs, *J. Combin. Theory Ser. B* 37 (1984) 221-227
- [13] R.J. Faudree, R.J. Gould et al., Neighborhood unions and highly Hamiltonian graphs. *Ars Combin.* 31 (1991), 139-148.
- [14] W. Goddard, Minimum degree conditions for cycles including specified sets. *Graphs Combin.* 20 (2004), no. 4, 467--483.
- [15] H.J. Jung, On maximal circuits in finite graphs. *Ann. Discrete Math.* 3 (1978), 129--144
- [16]. H.V. Kronk, Generalization of a theorem of Pósa. *Proc. Amer. Math. Soc.* 21 1969 77–78.
- [17] H.V. Kronk, A note on k-path Hamiltonian graphs. *J. Combinatorial Theory* 7 1969 104–106.
- [18] Rao Li, A new sufficient condition for Hamiltonicity of graphs. *Inform. Process. Lett.* 98 (2006), no. 4, 159--161
- [19] Shengjia Li, Ruijuan Li, An efficient condition for a graph Hamiltonian. *Discrete Appl. Math.* 155 (2007), 14, 1842-1845.
- [20] Xiangwen Li, Bing Wei, A neighborhood union condition for pancyclic. *Systems Sci. Math. Sci.* 11 (1998), 4, 289-298.
- [21] O. Ore, Note on Hamiltonian circuits, *Amer. Math. Monthly* 67 (1960) 55.
- [22] O. Ore., Hamilton connected graphs. *J. Math. Pures Appl.* (9) 42 1963 21--27
- [23] B. Randerath, I. Schiermeyer et al., Vertex pancyclic graphs. *Discrete Appl. Math.* 120 (2002), 1-3, 219--237.
- [24] ZM. Song, KM Zhang, Neighborhood unions and Hamiltonian properties, *Discrete Math.*, 133(1994) 319-324.
- [25] Bing Wei, Y.J. Zhu, On the pathconnectivity of graphs with large degrees et al.. *Graphs and Combin.* 14(1998), 263-274
- [26] 赵克文等, On the spectral determinations of the connected multicone graphs  $K_r \nabla_s K_t$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 149--158.
- [27] 赵克文等, The Spectral Determinations of the Multicone Graphs  $K_w \nabla_{P_{17}} \nabla_{P_{17}}$  and  $K_w \nabla S \nabla S$ , *Konuralp J. Math.* 7 (2019), no. 1, 192–198.
- [28] 赵克文等, The spectral characterization of the connected multicone graphs  $K_w \nabla_m K_{n,n}$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* 17 (2020), no. 1, 606--613.
- [29] 赵克文, “Katona-Kleitman 定理的推广定理”的简短证明, 《数学年刊》A 辑(中文版), 2001 年 2 期第 177-178. [30] 赵克文等, 新的充分条件和哈密尔顿图, 中国工程科学, 2003 年 11 期第 61-64.
- [31] 赵克文等, Generatizing of neighborhood union conditions for Hamiltonian, 《中国工程科学》2007 年 2 期第 184-190 页。
- [32] 赵克文, 曾克扬, 一个充分条件和 Hamilton 连通图, 《应用科学学报》, 2003 年第 4 期第 431-434 页。
- [33] 赵克文等, H 图的一些充分条件和一个猜想, 《应用科学学报》, 2003 年 1 期第 99-102。
- [34] 赵克文, 对 2 连通 n 阶图某些结果的改进, 《吉林大学学报》(理学版), 2001 年 1 期第 39-42。
- [35] 赵克文等, 泛连通图和邻域并条件, 《吉林大学学报》(理学版), 2003 年 2 期第 162-165。
- [36] 赵克文等, 泛圈性、泛连通性和哈密尔顿性的一些重要结果, 《吉林大学学报》(工学版) 2001 年 4 期第 59-63。
- [37] 赵克文, 子集系 K 分划定理的证明, 《吉林大学学报》(理学版), 2000 年第 2 期第 27-28。
- [38] 赵克文等, 泛圈性在 NC 下的进展, 《哈尔滨工业大学学报》, 1999 年 6 期第 98-100。
- [39] 赵克文等, 泛圈图的邻域并, 《哈尔滨工业大学学报》, 2000 年 6 期第 26-28。
- [40] 赵克文, 《中国科学》上“论 Ore 图的泛连通性”的简短证明, 《南开大学学报》(自然科学版), 2001 年 4 期第 111-113。



- [41] 赵克文等, 更好的新的充分条件和 hamiltonian, 《天津大学学报》2002 年 5 期第 673-675。
- [42] 赵克文,宋春伟,张萍, Fan type condition and characterization of Hamiltonian graphs, *Proc. Amer. Math. Soc.* **142** (2014), 2303-2311;
- [43]赵克文,赖虹建, Y.H. Shao, New sufficient condition for Hamiltonian graphs. *Appl. Math. Lett.* 20 (2007),1, 116-122.
- [44]赵克文, R.J. Gould, A new sufficient condition for Hamiltonian graphs, *Arkiv Mate* 44(2006),2, 299-308
- [45]赵克文,赖虹建, Ju Zhou,Hamiltonian-connected graphs, *Computers. Math. Applic.* **55** (2008), 12, 2707-2714.
- [46] Jin Yan, 赵克文, 赖虹建等, New sufficient condition for s-Hamiltonian Graphs et al., *Ars Combin.* 88 (2008), 217--227.
- [47]赵克文, R.J. Gould, Generalizing of Song-Zhang Theorem on Hamiltonian, *Colloq. Math.***120** (2010), 1,63-75.
- [48] 赵克文,林越, Degree with Neighborhood Conditions and Highly Hamiltonian, *Acta Appl. Math.* 109 (2010),.2.
- [49] 赵克文, Pan-connectedness of graph with large neighborhood unions, *Mona Math.* **156** (2009),3, 279--293.
- [50] 赵克文,林越,张萍, A Sufficient condition for pancyclic Graphs, *Information Processing Letters*,109(2009),16,991- 996.
- [51] Xiaoling Ma, Elkin Vumar, Neighborhood union conditions for Hamiltonicity of  $P_3$ -dominated graphs. *Graphs Combin.* **30** (2014), no. 6, 1499--1511
- [52] Zhi-Hong Che, Hong-Jian Lai, Liming Xiong, Minimum degree conditions for the Hamiltonicity of 3-connected claw-free graphs. *J. Combin. Theory Ser. B* 122 (2017), 167—186.
- [53]赵克文, One sufficient condition for Hamiltonian graphs involving distances, *Russian Mathematics*, 58 (2012), 4, 38-43.
- [54]B.Liu, D.Lou, 赵克文, A neighbourhood union condition for pancyclicity. *Austr. J. Combin.* 12 (1995),81-91.
- [55]赵克文 D. Chen, Dirac type condition and Hamiltonian-connected, *Quaestiones Mathematicae*, **34** (2011), 4, 521-525
- [56]赵克文,赖虹建等, Hamiltonian-connected graphs with large neighborhoods. *Missouri J. Math. Sci.* **24** (2012),1, 54--66.
- [57]赵克文,L.Zhang, 赖虹建等, Hamiltonian graphs involving neighborhood conditions. *Ars Combin.* 105 (2012), 161--170.
- [58]赵克文等, Pancyclic graphs and degree sum and neighborhood union involving distance two, *Discrete Applied Mathematics, Discrete Appl. Math.* **160** (2012), no. 3, 218--223.
- [59]赵克文, Yue Lin, Vertex pancyclicity and new sufficient conditions. *Proc. Indian Acad. Sci. Math.* **122** (2012), 3, 319--328.
- [60] Istvan Lukouits, The Detour Index, *Croatica Chemica Acta*, 69 (3) (1996),873-882.
- [61] Nenad Trinajstić, Sonja Nikolić, Bono Lučić, Dragan Amić, Zlatko Mihalić, The Detour Matrix in Chemistry, *J. Chem. Inf. Comput. Sci.* 1997, 37, 4, 631--638..
- [62] Ovidiu Ivanciuc, Alexandru T. Balaban, Design of Topological Indices. Part 8.Path Matrices and Derived Molecular Graph Invariants. *Commun.Math. Chem. (MATCH)* 30(5), 1994, 141-152.
- [63] Dragan Amić, Nenad Trinajstić, On the Detour Matrix, *Croat. Chem. Acta*, 68(6), 1995,53-62.
- [64] Nenad Trinajstić, Sonja Nikolić, Zlatko Mihalić. On computing the molecular detour matrix. *International Journal of Quantum Chemistry* 1997, 65 (5) , 415-419.
- [65] Herish O. Abdullah, Zhian I. Omar, Edge restricted detour index of some graphs. *J. Discrete Math. Sci. Cryptogr.* 23 (2020), no. 4, 861--877..
- [66] Shobha V. Patil, Shailaja S. Shirkol, Sunilkumar M. Hosamani, Hyper terminal Wiener index of some dendrimer graphs and detour saturated trees. *Palest. J. Math.* 9 (2020), no. 2, 740--748.
- [67] Chunjuan Du, Minimum detour index of bicyclic graphs. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 68 (2012), no. 1, 357--370.



- [68] Bo Zhou,, Nenad Trinajstić. On a novel connectivity index. [J. Math. Chem. 46 \(2009\), no. 4, 1252--1270.](#)
- [69] Chunjuan Du, Bicyclic graphs with extremal detour index. *Util. Math.* 93 (2014), 97--107.
- [70] Xuli Qi, Detour index of bicyclic graphs. *Util. Math.* 90 (2013), 101--113.
- [71] Hechao Liu, Xiaona Fang, Extremal phenylene chains with respect to detour indices. *J. Appl. Math. Comput.* [67 \(2021\), no. 1-2, 301--316.](#)
- [72] Bo Zhou, Xiaochun Cai, On [detour index](#). *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 63 (2010), no. 1, 199--210.
- [73] Xuli Qi, Bo Zhou, Hyper-[detour index](#) of unicyclic graphs. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem.* 66 (2011), no. 1, 329--342.
- [74] Xuli Qi, Bo Zhou, On [detour index](#) and hyper-detour index of unicyclic graphs of given matching number. *Util. Math.* 97 (2015), 213--223.
- [75] Xuli Qi, Bo Zhou, Maximum [detour index](#) of unicyclic graphs with given maximum degree. *Ars Combin.* 102 (2011), 193--200.
- [76] Xuli Qi, Bo Zhou, [Detour index](#) of a class of unicyclic graphs. *Filomat* 24 (2010), no. 1, 29--40.
- [77] Bo Zhou, Nenad Trinajstić, The Kirchhoff index and the matching number, [Int. J. Quantum Chem. 109 \(2009\) 2978--2981.](#)
- [78] Bo Zhou, Nenad Trinajstić, Some properties of the reformulated Zagreb indices, [J. Math. Chem. 48 \(2010\) 714--719.](#)
- [79] Bo Zhou, Nenad Trinajstić, Mathematical Properties of Molecular Descriptors Based on Distances, [Croat. Chem. Acta 83 \(2\) \(2010\) 227--242.](#)
- [80] Bo Zhou, Nenad Trinajstić, On general sum-connectivity index, [J. Math. Chem. 47 \(2010\) 210--218.](#)
- [81] Nenad Trinajstić, *Chemical Graph Theory (卷1和卷2)*, 1983。
- [82] A.T. Balaban (A.T. 巴拉班), 《图论在化学中的应用》, 科学出版社, 1983。
- [83] Ivan Gutman, *Mathematical Concepts in Organic Chemistry*, 1986。
- [84] 柳柏濂, 《组合矩阵论》, 科学出版社, 1996。
- [85] 柳柏濂, 黄宇飞, 《组合矩阵的结构指数》, 科学出版社, 2015。
- [86] 刘木伙, 柳柏濂, 《图谱的极值理论》, 广东科技出版社, 2017 (这“广东省优秀科技专著”要获得钟南山等19个专家委员会半数以上同意才能出版, 已出这本和[谢先德院长](#)为第一作者等的6本专著)。

## 2. 项目的研究内容、研究目标, 以及拟解决的关键科学问题 (此部分为重点阐述内容);

研究内容: 项目的主要研究内容是上面第三部分已较详细陈述的在世界前沿已有些历史极受重视的[课题一](#)的猜想1, 此外, 研究内容还兼有[课题二](#)的猜想1。

关于[课题一](#), 因受柳柏濂教授和钟集教授邀请, [中国第一个组合数学研究室](#)邀请到美籍专家[赖虹建教授](#)在本申请人读研究生早期的1991年左右多次回国给我们做了[图论系列讲座](#)特别是哈密顿图领域的报告, 使得如前面高被引数学家柳柏濂教授评价说“[赵克文在圈结构图的五个主要方面 \(主要是哈密顿连通图\) 均取得国际领先...在国内图论界是少有的](#)”。而2021年和2022年的“detour index”的3篇SCI论文的标题都含哈密顿连通图, 并这些论文全都引用本申请人的第一作者论文, 这说明在这领域取得进展的关键是图的哈密顿连通性问题的研究。在美国数学评论见90年代中期自2个化学图论世界大师提出detour index以来至今只有28篇标题含detour index的论文, 足见做为NP难问题的“detour index”之艰难。不过, 最近也有兴起的趋势, 如此本项目的重点研究内容是前面说的[课题一](#)的猜想1, 2021年提出它的虽不是图论组合顶级杂志但也算是影响因子2.739的1区杂志的论文中提出的-是关于generalized Petersen graph(广义彼得森图)  $GP(n;$



4)和  $GP(n; 5)$ 的哈密顿连通性猜想 (即哈密顿连通图或哈密顿-laceable 这 2 种情形的猜想)。但其实世界图论著名专家 [Brian Alspach](#) 等在 2009 年的离散数学杂志的论文已解决  $GP(n, k)$ 的  $GP(n; 1)$ 、 $GP(n; 2)$ 、 $GP(n; 3)$ ，只因从其结构看  $k$  越大似乎分析其哈密顿连通性越复杂，如此该作者们经过考察分析思索才提出这  $GP(n; 4)$ 和  $GP(n; 5)$ 的猜想，如对  $GP(n; 5)$ ，它考虑  $n$  的奇偶性，而 Brian Alspach 考虑  $n$  与 5 的互素性等，角度条件出发点有些不同，但都尚未解决，可谓是相映成趣的猜想。当然它大体上源于 Brian Alspach 在 30 年前提出的猜想。本项目将尽力解决  $GP(n; 4)$ 和  $GP(n; 5)$ 的哈密顿连通性猜想，这或将是 Alspach 在 30 年前提出的猜想的关键部分，并或将可带动整个猜想的重大推进。

上面被引用的本申请人的哈密顿连通图论文是建立在邻域并条件等之上，而本申请人除了和美籍著名专家赖虹建教授合作多篇论文之外，本申请人也和美国排名前 20 大学的 Emory 大学学术委员会主席-邻域并条件的主要提出人 Ronald Gould 教授也单独合作几篇 SCI 论文，打下了这领域基础、拓宽前沿视野，这确立了本项目的这研究内容的基础。

在课题二，本项目将继续研究本申请人和国外专家合作 2020 年在 SCI 杂志 [AKCE Int. J. Graphs Comb.](#)发表的 2 篇对友谊图推广的两类极具代表性图谱论文的上课题二的猜想 1，作为项目的另一主要课题。并也似这博士论文“[图的 Hamilton 性和连通性的谱刻画](#)”一样研究探索课题一与课题二之间的关系。

关于研究目标以及拟解决的关键科学问题：对上面课题一的猜想 1，要知在美国[数学评论](#)见题目含 detour index 的论文自 90 年代提出以来仅有 28 篇论文且其中 5 篇的作者华南师大[周波教授是我国组合数学几个高被引学者之一](#)并曾给本申请人来信说“深受师兄对数学之喜爱所感染，亦为师兄的成绩而自豪”，另外还有好几篇论文的作者也是华南师大的，这说明这非常艰巨的 NP 完全问题的主要根据地就在我国并就在申请人的母校华南师大，也还因这领域近几年的 3 篇 SCI 论文都是图的哈密顿连通性的并提出的猜想和问题全部都是图的哈密顿连通性的，那似乎从哈密顿连通性图突破推进是关键。而曾在哈密顿连通性居世界领先的本课题组的第一作者论文也被近几年这领域的 3 篇 SCI 论文引用，则研究它们正是其时。如此，课题一的猜想 1 的目标是先解决曹进德等合作提出的猜想  $GP(n; 4)$  和 Alspach 大师的猜想  $GP(n; 4)$  (或先研究解决曹进德等的 2 个小猜想  $GP(n; 4)$ 和  $GP(n; 5)$ )；在如此漫长的项目执行期内，若猜想合理，这是有足够时间能完成这目标和解决这在整个猜想中基本又关键的问题的。若猜想不合理，也能够找出不合理的地方，并修正调整猜想及解决  $GP(n; 4)$  和  $GP(n; 5)$ 问题。此外，通过解决课题一的猜想 1，还可基本可以能求解这些图类中就是非哈密顿连通图的大多数的 Detour index，这也是对至今仍仅有 28 篇论文的这 NP 完全问题的一类探索。

而课题二的猜想 1 为主的问题，是本项目的另一个研究目标以及拟解决的关键科学问题。如此，将继续寻求与本申请人合作完成上面论文并提出猜想的国外合作者的协助外。选择它为研究目标以及拟解决的关键科学问题，是更因合作申请人周后卿教授也是图谱论专家，他已发表近百篇图谱论论文，并 2021 年前的近几年每年他都发表约 5 篇图谱论论文，其中他在国际杂志也发表多篇。此外，合作参与本项目的还有周波教授去年提供的他的 2 个博士生，并还将可得到周波教授在繁忙中合作或提供指导意见 (当然，周波教授和他的博士生也是课题一的最适合参与者)。此外，在前面“第一部分、研究意义”的“第 1、哈密顿图”的那段已说：与本申请人合作的 1995 年以前的论文被国外这领域权威专家 Marczyk 教授的圈与路综述文章收录的论文是中国最多之一的导师柳柏濂教授和周



波教授同是这图谱论领域的世界权威专家，具有这学科通常非一般的高瞻远瞩的视野和丰富深刻的经验，也会适时请求指导本课题以走向更可行和有意义的方向。

### 3. 拟采取的研究方案及可行性分析（包括研究方法、技术路线、实验手段、关键技术等说明）；

关于课题一和课题二，拟采取的研究方案虽有所不同，但因都与哈密顿图密切相关而有很多共同性。而关于哈密顿图，在 1996 年之前世界各国用最先进的“邻域并条件”刻画泛圈图、哈密顿连通性、点泛圈图、边泛圈图、泛连通图等领域都没有一点突破，而本申请人赵克文在 1996 年以前已突破全部这些领域。就如在国际会议和杂志论文中都提出邻域并条件的点泛圈图猜想的 Ralph Faudree、Ronald Gould 等世界权威专家，本来他们的合作者很多、科研活动非常很广。就是在我国，这个含参数的点泛圈图猜想也是 1991 年南京大学主办召开的汇集全国几乎所有重要图论特别是哈密顿图所有有所贡献的专家的会议和 1991 年《南京大学学报》第 27 卷图论专辑的“问题汇集”共选取的 6 个猜想之一。但直到 1995 年出版的《澳大利亚组合学杂志》上本申请人才成为世界第一个发表证明这猜想的人。此外，如不含参数的泛圈图的邻域并条件，本申请人早就已彻底解决，但专家们 1998 年发表的论文仍存留 22 处瓶颈，本申请人就提交去南京的国际图论会议，足见本申请人掌握的方法是先进的有效的。其中所用方法虽多、方案也算有些庞大复杂，但最有创新性之关键点是本申请人创立的“ $k$ -数学归纳法”。按说这个方法并不复杂这似乎应该在数学或其它科学不可能没有产生过的方法，但是以前在图论组合特别是哈密顿图似乎没有见在哪里使用过这方法。然而这  $k$ -数学归纳法却是解决点泛圈图猜想以及其它各类更复杂的圈结构图的极其有效的关键方法之一。此方法说起来也并不复杂，但用起来，需要先解决很多关键点的问题才能适合使用。用在圈结构上，很多具体的关键点的解决时常是有不同的棘手程度。我们知道数学归纳法就是对  $t \geq r$  假设  $P(t)$  成立，其后证明  $P(t+1)$  成立。并若已知或能证明某  $P(r)$  成立，则命题对所有  $h \geq r$  都有  $P(h)$  成立。而  $k$ -数学归纳法是在假设  $P(t)$  成立，却是在不能象上面证明  $P(t+1)$  成立的情况下才使用的（即在不能使用数学归纳法的情况下才使用  $k$ -数学归纳法）。即  $k$ -数学归纳法就是在假设  $P(t)$  成立下都可以证明  $P(t+k)$  成立（其中  $k$  是大于 1 的某给定值。其实在圈结构图上要证明这点也不容易。而且  $t$  是奇偶数的证明又很不同），而且，这命题要对所有值成立，就需要先证明给定的连续的  $k$  的  $P(r), P(r+1), \dots, P(r+k-1)$  的每一个都成立（而小阶图的解决往往其结构没有足够的普遍性而需要依据其不同结构分别解决，并稍大一点其可能性就是何止指数级之众存在而变得非常复杂）。但即使不容易，毕竟  $k$ -数学归纳法能使得泛圈图、点泛圈图、边泛圈图、泛连通图以及更复杂的圈结构等领域得以突破甚至彻底解决的最关键点之一，因此，很多情况下只有去完善它。

特别是，本申请人和上面邻域并条件的主要提出人-美国排名前 20 的大学 Emory 大学学术委员会主席 Ronald Gould 教授以及赖虹建教授等都单独各合作几篇 SCI 论文，打下这领域深厚根基、拓宽前沿视野，使其信心和可行性得到提高。

更就因本申请人曾在哈密顿图性的几乎所有领域、所有条件都进行研究并都做出改进前人结果的工作([www.qzu5.com/ar.htm](http://www.qzu5.com/ar.htm))，且这些工作几乎是独立完成的，如此更使增强信心在这课题一的猜想 1 做出关键的突破和重大的进展，进而解决主要的问题。

关于可行性，这重点课题 detour index 的近几年 3 篇 SCI 论文的进展的关键方向都是本申请人居世界领先的图的哈密顿连通性并这些论文都全引用本申请人的第一作者论文，如果这是可行性的基本要求的话，那么在美国[数学评论](#)见题目含 detour index 的论文自 90



年代提出以来至今仅有 28 篇论文中占 5 篇的作者周波教授是我国组合数学几个高被引学者之一，此外他的华南师大还有几个人发表这领域多篇论文，如此，去年已得到周波教授安排他的几个博士生合作参与的本课题是重要保障是世界最可行之一。

关于课题二的猜想 1，它基于本申请人和国外专家合作 2020 年在 SCI 收录的 [AKCE Int. J. Graphs Comb.](#) 发表的 2 篇图谱论文，特别是其取得一系列成果基础，提出的这猜想 1 也主要是基于此。其可行性，还因本课题将继续寻求与本申请人合作完成上面论文并提出猜想的国外合作者的合作协助外，也将因合作申请人周后卿教授也是图谱论专家，他已发表近百篇图谱论论文，并最近 2018 年以来每年他都发表约 5 篇图谱论论文，其中他在国际杂志也发表多篇。此外，合作参与本项目的还有周波教授的 2 个博士生也已以第一作者发表好几篇级别较高的相关前沿论文，并还将可得到周波教授在繁忙中抽身提供指导意见。还有，在前面“第一部分、研究意义”的“第 1、哈密顿图”的那段已说：与本申请人合作的 1995 年以前的论文被国外这领域前辈权威专家 Marczyk 教授的圈与路综述文章收录的论文是中国最多之一的导师柳柏濂教授也是这图谱论领域的世界权威专家，具有这学科更广泛的高瞻远瞩的视野和丰富深刻的经验，也会适时请求指导本课题以走向更可行和有意义的方向。

#### 4. 本项目的特色与创新之处；

本项目最关键最主要的研究内容是**课题一**的猜想 1，即去年 2022 年提出的  $GP(n; 4)$  和  $GP(n; 5)$  的**哈密顿连通性**猜想。它的特色和创新之处是，它基于世界**图论著名专家 Brian Alspach**在 2009 年的离散数学杂志的论文中说他在 20 年前提出的  $GP(n, k)$  猜想的关键的一环。即 Alspach 等在这 2009 年的论文中已解决  $GP(n, k)$  的  $GP(n; 1)$ 、 $GP(n; 2)$ 、 $GP(n; 3)$ ，并虽  $k$  越大似乎越复杂，这 2022 年论文才对之经过考察分析而提出也许是对猜想整体有启发的  $GP(n; 4)$  和  $GP(n; 5)$  的猜想。其创新性的表达也有所不同并更精确简洁，如对  $GP(n; 5)$ ，它考虑  $n$  的奇偶性，而 Brian Alspach 考虑  $n$  与 5 的互素性还考虑非同构性等，角度条件出发点有些不同，但都尚未解决，可谓是相映成趣的猜想。这可说是它们的特色与创新的主要之处。

关于**课题二**，其特色和创新是猜想 1：“ $K_w \nabla m K_{n,n}$  是  $DQS$ ”，不仅对猜想 2：“和  $K_w \nabla m K_{n,n} (m \neq 2)$  的补图同谱的图是  $DAS$ ”等有普遍性的借鉴参考价值，而且是对著名的友谊图的高度的核心性的推广，是一类最具代表性的著名图类。它的解决对由友谊图推广的其它众多图类也有极高参考价值。

总之，它们都是各自方向的进一步有待解决问题的新发展新创造性，是处于世界空白的极具意义的课题，其创新的梯度难度也需要进一步的极大跨越的，这是它们最主要的特色与创新之处，同时，也将如这博士论文“[图的 Hamilton 性和连通性的谱刻画](#)”一样探索课题一与课题二之间的密切关系，并予以推之，以建立新的更广泛系统性的特色与创新。

#### 5. 年度研究计划及预期研究结果（包括拟组织的重要学术交流活动、国际合作与交流计划等）。

年度研究计划：



**2024.1-2024.6:** 本项目将紧密联系有重点有针对性地全面收集、调研、寻求合作和总结这 2 个课题的相关理论方法技术成果，特别做为重点的课题一，不仅深刻吃透一直以来发表的所有研究工作，更要全面掌握国际上的新进展新动向，形成对相关课题的先进理论方法、技术路线、关键技术手段等的深刻认识吃透掌握以达成共识，积累充足资料，把握资源和国内外所有关键研究中心对其的发展概况，对某些较熟悉的课题进行一定进程的探索。

**2024.6-2026.6 :** 解决本项目的基本问题和关键问题。

紧密联系有重点地进行研究，即在前期研讨的基础上，获取进一步对问题的深入的本质认识、总体的把握和对某些问题做出突破性的总攻。具体一些地说，对课题一的猜想 1，进一步分析本申请人和赖虹建教授合作被提出这猜想的论文引用的相关工作，以及其他专家的相关工作，特别是最早提出这猜想的 Brian Alspach 等的一系列相关工作，在前期工作的基础上优先研究尚处于世界空白的曹进德和几个国外专家在 2021 年合作提出的  $GP(n; 4)$  猜想，同时也尽量研究 Brian Alspach 的猜想  $GP(n; 4)$ ，深入探索其关系，互相促进，这课题至今仅有 28 篇论文并 5 篇的作者是华南师大周波教授，另有 3 篇的作者单位也全是华南师大，而已幸得周波教授去年派他的两个博士生合作本项目。如此在这长达 2 年期内的这阶段将力争做出有重要性的突破，并进而基本解决之。同时，本申请人等也参与之。因这两个课题有一定关系，不妨紧密合作互通有无互相促进，在深化借鉴我们合作的几篇等的基础上，寻求这些国外合作者的再次合作，预期应基本解决之。

根据这 2 个课题的关联性，特别是与哈密顿图的关联性，分析和综合其先进的理论方法技术等，总结问题，形成一致性认识，建立完整的知识和理论框架，在深度和广度上使课题和理论更系统化。

**2026.6-2027.12:** 在此阶段，继续完善课题一的第 2 部分猜想- $GP(n; 5)$  猜想。因这主要是哈密顿连通性问题，如此，这和课题一的猜想 1 一样，除了发挥申请人曾在哈密顿连通性居世界领先水平的经验优势，并也还会象课题一的猜想 1 一样看情况而邀请与本申请人曾合作多篇论文的哈密顿连通性的 2 个世界领军权威专家赖虹建教授和 Ronald Gould 教授合作或指导，甚至如果必要可请教最先提出这猜想的老专家 Brian Alspach 等相关专家。在这阶段也将研究它的某些方面和哈密顿图的更紧密关系。如此在这长达 2 年期内的这阶段将力争做出有重要性的突破，并进而基本解决之。同时，由仅 2020 年就在浙江大学学报等独立发表 5 篇论文的本项目合作申请人周后卿教授主研的课题二的推广著名的友谊图的多锥图谱论猜想 1，本申请人等也参与之，以力争做出重要的进展。因这两个课题有一定关系，这 2 个课题问题，需要掌握更多理论方法技巧，更需全面深入地剖析把握问题的实质，尽力推广、拓展相关理论方法技术等。因此，将通过艰苦的研究，争取能集中地彻底完成二个课题中的最核心问题，这些都是在原有基础上期待做出有实质意义的重要突破和进展。（上面已简概包括国际合作与交流计划。至于拟组织的重要学术交流活动，将看课题何时做出重大发现取得重要结果或何时其能对课题产生极大帮助并在与有关专家商讨请教的基础上展开）。最后，进行成果总结，递交研究报告。

预期研究结果：

课题一获得极大的进展，课题二也取得基本的突破，预计发表 SCI 论文 5 篇，发表其它论文 5 篇。

## （二）研究基础与工作条件

### 1. 研究基础（与本项目相关的研究工作积累和已取得的研究工作



成绩);

因本申请人1990年起在广州华南师大的[中国第一个组合数学研究室](#)读了3年多研究生而有较强的资师队伍开出诸多国际前沿课,使读研的3年多打下很好的“[研究基础](#)”,如考来华南师大读研究生的北京大学前副校长现武汉大学校长张平文院士的北大1984级数学专业本科同学侯教授称本申请人是“[数学魔鬼天才](#)”、[组合数学界几个高被引专家之一的我的师弟周波教授说“深受师兄对数学之喜爱所感染,亦为师兄的成绩而自豪”](#)(见[www.qzu5.com/bd.htm](#)),这也是因本申请人当时已在图论和组合数学的多个方向([www.qzu5.com/ld.htm](#))的国际前沿都做出超越改进等的世界领先工作,如此,本申请人被推选在华南师范大学历史上第一届全校研究生大会上做报告并成为全场报告中[唯一](#)得到全场师生站起来鼓掌(且受多次站起来鼓掌[www.qzu5.com/wb.htm](#)),即已打下了许多领域的国际前沿的[研究基础](#),其具体是在下面领域都做出世界开创性或开拓性的工作:

- (1) 关于“[哈密顿图](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (2) 关于“[本原矩阵](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (3) 关于“[有限子集系](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (4) 关于“[图染色](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (5) 关于“[图的荫度](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (6) 关于“[图的生成树](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (7) 关于“[图的连通性](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。
- (8) 关于“[多核图谱](#)”领域;(参考前面“1. 项目的[立项依据](#)”所述)。

本申请人在美国数学会的 Proc. Amer. Math. Soc.等国内外杂志已发表论文一百多篇如下(不包含一些会议论文):

102. K.W.Zhao et al., On the spectral determinations of the connected multicone graphs  $K_r \nabla_s K_t$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* **17** (2020), no. 1, 149--158. [MR4145401](#) (由 Elsevier 出版。现由 Taylor & Francis 出版并已被 SCI 收录-即“Clarivate Analytics: Science Citation Index Expanded”)
- K.W.Zhao et al., The spectral characterization of the connected multicone graphs  $K_w \nabla_m K_{n,n}$ , *AKCE Int. J. Graphs* **101**, *Comb.* **17** (2020), no. 1, 606--613. [MR4145453](#) (由 Elsevier 出版。同上)
100. K.W.Zhao et al., The Spectral Determinations of the Multicone Graphs  $K_w \nabla_{P_{17}} \nabla_{P_{17}}$  and  $K_w \nabla S \nabla S$ , *Konuralp J. Math.* **7** (2019), no. 1, 192--198. [MR3948630](#)
99. K.W.Zhao et al., Fan type condition and characterization of Hamiltonian graphs, *Proc. Amer. Math. Soc.* **142** (2014), no. 7, 2303--2311. [MR3195755](#) (美国数学会出版)
98. K.W.Zhao, A new proof of a theorem on long cycles, *Math. Slovaca*, **65** (2015), no. 3, 719--721. [MR3375511](#). (由 Springer 出版)
97. K.W.Zhao, Ore type condition and Hamiltonian graphs, *Mate. Vesnik*, **65**(2013), no.3, 412-419. [MR3057295](#)
96. K.W.Zhao, A new short proof of Fan theorem. *J. Discrete Math. Sci. Cryptogr.* **16** (2013), no.2-3, 163--165. [MR3196295](#) (由 Taylor & Francis 出版)
95. K.W.Zhao et al., Sufficient conditions and Hamiltonian graphs involving distances, *Russian Mathematics*, **56** (2012), no.4, 35-43 [MR3076540](#) (由 Springer 出版)
94. K.W.Zhao, Vertex pancyclicity and new sufficient conditions, *Proc. Indian Academy of Sciences Mathematical Sciences* **122** (2012), no.3, 319-328. [MR2972654](#) (由 Springer 出版)
93. K.W.Zhao, Dirac type condition and Hamiltonian graphs, *Serdica Mathematical Journal* **37** (2012), no.4, 277-282. [MR2978498](#)
92. K.W.Zhao et al., Hamiltonian graphs involving neighborhood conditions, *Ars Combin.*, **105** (2012), 161--170. [MR2976367](#)
91. K.W.Zhao et al., A note on the Song-Zhang Theorem for Hamiltonian graphs, *Colloquium Math.*, **120** (2010), no.1, 63-75. [MR2652607](#)



- 90、K.W.Zhao et al., Degree with Neighborhood Conditions and Highly Hamiltonian Graphs, *Acta. Appl. Math.* 109 (2010),no.2,487-493. [MR2585800](#) (由 Springer 出版)
- 89、K.W.Zhao et al., Dirac type condition and Hamiltonian-connected graphs, *Quaestiones Mathematicae* 34 (2011), no.4, 521-525. [MR2868953](#) (由 Taylor & Francis 出版)
- 88、K.W.Zhao et al., Hamiltonian-Connected Graphs with Large Neighborhoods and Degrees, *Missouri J. Math. Sci.* 24 (2012), no. 1, 54--66. [MR2977130](#)
- 87、K.W.Zhao et al., A simple proof of Whitney's theorem on connectivity in graphs, *Mathematica Bohemica* 136 (2011), no.1, [MR2807705](#)
- 86、K.W.Zhao, A new proof of Fan's theorem. *Int. J. Comput. Appl. Math.* 5 (2010), no.5, 697--698. [MR2738424](#)
- 85、K.W.Zhao et al., A Sufficient Condition for Pancyclic Graphs, *Information Processing Letters*,109 (2009), no.16,991-996. [MR2547570](#) (由 Elsevier 出版)
- 84、K.W.Zhao et al., New Sufficient Conditions for s-Hamiltonian Graphs and s-Hamiltonian Connected Graphs, *Ars Combin.*, 2, 88 (2008), 217-227. [MR2426418](#)
- 83、K.W.Zhao, Two types of Path Structures of graphs, *J. Information & Optimization Sciences* 32(2011), no.6, 1259-1268. [MR2919211](#) (由 Taylor & Francis 出版)
- 82、K.W.Zhao et al, Pan-connectedness of graphs with large neighborhood unions, *Monatsh. Math.*,156 (2008), no.3, 279--293. [MR2481092](#) (由 Springer 出版)
- 81、K.W.Zhao et al., Essential independent condition for graphs to be Hmiltonian, 中国工程院院刊英文版 Engineering Sciences 5 (2007),no.2, 184-191
- 80、K.W.Zhao, Generalizing Sufficient Conditions and Traceable Graphs, Lecture Notes in Computer Science, Graph Theory and Algorithms in 8th ICIC, Springer 7389 (2012), pp. 198-205. (由 Springer 出版)
- 79、K.W.Zhao, A survey of the advances in Hamiltonicity on simple graphs. *Math. Theory Appl.* 31 (2011), no. 2, 92--99. [MR3052922](#)
- 78、K.W.Zhao et al., Hamiltonian-connected graphs, *Computers & Mathematics with Applications*.55(2008),no. 12, 2707--2714 [MR2401423](#) (由 Elsevier 出版)
- 77、K.W.Zhao, Some new sufficient conditions and Hamiltonian connected graphs, *Procedia Engineering* 24 (2011), 278--281. (由 Elsevier 出版)
- 76、K.W.Zhao et al., New sufficient condition for Hamiltonian graphs, *Applied Mathematics Letters* 20(2007),no.1, 116--122. [MR2273619](#) (由 Elsevier 出版)
- 75、K.W.Zhao, New sufficient condition and Hamiltonian and traceable, *J. Discrete Math. Sci. Cryptogr.* 14 (2011), no. 6, 597--602. [MR2952936](#) (由 Taylor & Francis 出版)
- 74、K.W.Zhao, Neighborhood union conditions and Cycles through specified vertices, *Far East J. Math. Sci.* 59 (2011), no. 2, 197--200. [MR2951888](#)
- 73、K.W.Zhao et al., A  $K(1,3)$ -free Hamiltonian Graphs, *Computers Sciences.*,34 (2007),no.8
- 72、K.W.Zhao et al., A new sufficient condition for Hamiltonian graphs, *Arkiv Mate*, 44(2006),no.2, 299-308. [MR2292723](#) (由 Springer 出版)
- 71、K.W.Zhao et al., A neighborhood condition for vertices at distance two implying hamiltonicity, *Soochow J. Math.* 32(2006), no.1, 171--177. [MR2218534](#)
- 70、K.W.Zhao et al., Hamilton with Neighborhood conditions, *Sci.Thehcnology and Engineering*, 6(2006),no.8,
- 69、K.W.Zhao et al., One Result of the Structure of  $\lambda$  Divided Cantor Set Equally, *J.Jishou Univ.*,27(2006),no 4
- 68、K.W.Zhao et al., An improvement of Bondy's theorem on pancyclic graphs. 《纯粹数学与应用数学》,22 (2006), no. 1, 14--18. [MR2258964](#),
- 67、K.W.Zhao,A conjecture of claw-free Hamiltonian graphs with neighborhood union. *Int. J. Pure Appl. Math.* 32 (2006), no. 4, 427--434. [MR2275074](#)
- 66、K.W.Zhao et al., Neighborhood conditions and Hamiltonian paths in graphs, *Int.J. Pure Appl. Math.*31 (2006),no. 4, 445--450. [MR2275076](#)
- 65、K.W.Zhao et al., Generalized Sperner family, *Sci. Info.* 42 (2006), no. 1
- 64、K.W.Zhao et al., Exponent sets of some type symmetric primitive and general matrices with  $d$  loops, *J.Guilin.Univ.Technology*, 26(2006),no.1,133-136.
- 63、K.W.Zhao et al., Some classes of exponent sets of symmetric primitive matrix with trace nonzero, 《纯粹数学与应用数学》,21(2005),no 4, 366--369. [MR2228071](#)
- 62、K.W.Zhao et al., Generalising the condition of Faudree et al. and Hamiltonian-connected, *J. Science and Technology* 9(2005),no 2,
- 61、K.W.Zhao et al., A new improved result on pancyclic graphs concerning a conjecture, 《应用科学学报》 21(2003), no.1
- 60、K.W.Zhao et al., Hamilton-connected graphs with neighborhood union conditions, 《纯粹数学与应用数学》, 19 (2003), no. 1, 91--93. [MR1988841](#)
- 59、K.W.Zhao et al., Pathconnected graphs with neighborhood union conditions, 《吉林大学学报(理学版)》.



- 41 (2003), no. 2, 162--165. [MR1982130](#)
58. K.W.Zhao et al., Sufficient conditions for Hamiltonian and Hamiltonian-connected graphs, 《应用科学学报》,21(2003), no.4
57. K.W.Zhao et al., exponent sets of small primitive matrix on d loop vertices, *College Math.* 21(2005), no. 3
56. K.W.Zhao et al., Note on one sufficient condition of Hamiltonian, 《甘肃科学学报》,16(2004), no. 4
55. K.W.Zhao et al., Note on the Theorem of Ore type and neighborhood,,*Sci. Thehn. Engin.*, 4(2004), no. 8
54. K.W.Zhao et al., Conjecture of K1,3-free graphs, *Sci.Thehnology and Engineering*, 4(2004), no. 10
53. K.W.Zhao et al., A new sufficient condition for Hamiltonian graphs, *J. Lanzhou Univ. Technol.* 30 (2004), no. 2, 123--125. [MR2099765](#)
52. K.W.Zhao et al., A progress of conditions of hamiltonian graphs, 《系统工程》,(2004), no. 2
51. K.W.Zhao et al., Hamiltonian graphs with neighborhood unions, 《工程数学学报》,21 (2004), no. 6, 925--930. [MR2130686](#)
50. K.W.Zhao et al., Note on Hamiltonian connected graphs, 《工程数学学报》,20 (2003), no. 2, 137--138, 107. [MR1996024](#)
49. K.W.Zhao et al., Note on Faudree-Schelp theorem in path connected graphs and Ore theorem., *Chinese Quart. J. Math.* 18 (2003), no. 2, 175--177. [MR2001494](#)
48. K.W.Zhao et al., Hamilton-connected graphs with neighborhood unions, 《解放军信息工程大学学报》,4 (2003), no. 2, 99-101
47. K.W.Zhao et al., Note on three important results of exponent sets of primitive matrices, *Sci.Thehnology and Engineering*,3 (2003), no. 3
46. K.W.Zhao et al., A note on Hamiltonian connected graphs, *Sci. Engineering*,(2003), no. 4
45. K.W.Zhao et al., Neighborhood unions and pancyclic graphs, 《数学的实践与认识》,33 (2003), no. 6, 25--32. [MR2011050](#)
44. K.W.Zhao, New sufficient condition for Hamiltonian graphs,中国工程院院刊《中国工程科学》,5 (2003), no. 11
43. K.W.Zhao et al., Hamiltonian graphs and the weak Ore condition, 《数学的实践与认识》,32 (2002), no.2 , 324--329. [MR1912200](#)
42. K.W.Zhao et al., A conjecture on arboricity of graphs graphs, *Heilongjiang Daxue Ziran Kexue Xuebao* 19 (2002), no. 4, 16--19. [MR1969809](#)
41. K.W.Zhao et al., A note on a sufficient condition for Hamiltonian, 《兰州大学学报(自然科学版)》,38 (2002), no. 2, 28--31. [MR1911259](#)
40. K.W.Zhao et al., A result of Hamilton-connected graphs, *J.Qiongzhou Univ.*,9(2002), no. 4
39. K.W.Zhao et al., The theorem of path connected graphs and conditions, *J. Math. Study* 35 (2002), no. 4, 418--420. [MR1962899](#)
38. K.W.Zhao et al., Strong Faudree-Schelp Theorem, *J. Math. Technology*,18 (2002), no. 5
37. K.W.Zhao et al., A simple proof for the Bondy theorem on pancyclic graphs, *Chinese Quart. J. Math.* 17 (2002), no. 2, 14--15. [MR1951334](#)
36. K.W.Zhao et al., A simple proof for the exponent set of symmetric primitive matrices showed by J. Y. Shao, 《应用数学》,15 (2002), no. 2, 106--108. [MR1915199](#)
35. K.W.Zhao et al., A new better sufficient condition and Hamiltonian graphs, 《天津大学学报》.35 (2002), no. 5,673-676.
34. K.W.Zhao et al., A simple proof for more small class of primitive matrices containing, *J. Huaqiao Univ. Nat. Sci. Ed.* 22 (2001), no. 2, 137--138. [MR1837627](#)
33. K.W.Zhao et al., A short proof for the generalizing Katona-Kleitman theorem, 《数学年刊》, 22 (2001),no. 2, 177--178. [MR1837521](#)
32. K.W.Zhao et al., Hamiltonianness under a weakened Ore conditio,河北大学学报(自然科学版).21 (2001), no. 4, 366-368.
31. K.W.Zhao et al., Simple proof for Ore theorem, 山西大学学报(自然科学版), 24(2001), no. 3
30. K.W.Zhao et al., A simople proof of Fan Theorem, 东北师大学报(自然科学版),33 (2001), no. 2,
29. K.W.Zhao et al., A less primitive matrices with the same exponent set, 广西大学学报(自然科学版),26(2001), no. 4,261-262.
28. K.W.Zhao et al., Panconnected graphs, *J.Northeast Nor.Univ.*,(2001), no. 12
27. K.W.Zhao et al., Hamiltonian on the progress of Ore conditions, *J.HebeiUniv.*,21(2001), no. 4, 366--367. [MR1875003](#)
26. K.W.Zhao et al., Complete Characterization of Extreme Graphs of Classical Holladay-Verga Theorem, 《自然杂志》,23 (2001), no. 5, 309.
25. K.W.Zhao et al., Studying on Hamiltonian and pancyclic graphs, 燕山大学学报,25(2001), no. 3,226-229.
24. K.W.Zhao et al., The progress on panconnected graphs, 《吉林大学学报(工学版)》,31 (2001), no. 4,59-63.



- 23、K.W.Zhao et al., A short proof for “On the panconnectivity of Ore graph”, 《南开大学学报(自然科学版)》,34(2001), no. 4
- 22、K.W.Zhao et al., Improvements of some results on 2-connected graphs of order  $n$ , 《吉林大学学报(理学版)》,33(2001), no. 1, 39--42. [MR1867524](#)
- 21、K.W.Zhao, Pancyclic's Progress with neighborhood union, 《哈尔滨工程大学学报》,21(2000), no. 5
- 20、K.W.Zhao et al., A simple proof of generalized 20partition family of subset, *J.Henan Univ.*,30(2000), no. 2
- 19、K.W.Zhao et al., Hamiltonian ,generalization of K-K theorem, *J.Guizhou Univ.*,17(2000), no. 3, 178-181.
- 18、K.W.Zhao et al., Hamiltonian graphs and a sufficient condition, *J.Northeast Nor.Univ.*(2000), no. 12,77-80.
- 17、K.W.Zhao et al., A simple proof for well-known Fan result, *J.Guizhou Univ.*,17(2000), no. 4, 313-314.
- 16、K.W.Zhao et al., Vertex arboricity of graphs, *J.Northeast Nor.Univ.*, (2000),12,72-76.
- 15、K.W.Zhao et al., A short proof for the  $k$ -partition theorem of family subsets, 《吉林大学学报(理学版)》, 32(2000), no. 2, 27--28. [MR1800082](#)
- 14、K.W.Zhao et al., panconnected graphs with sum of two vertices degree number, 山西大学学报(自然科学版),23(2000), no. 1, 18-19.
- 13、K.W.Zhao et al., Pancyclic graphs and NC, *J. Lanzhou Railw.Univ. Nat. Sci.* 19(2000), no. 3, 88--90. [MR1780228](#)
- 12、K.W.Zhao et al., Hamiltonian graphs and its sufficient conditions, *J.Nanchang Univ.*, 22(2000), no. 4,100-103.
- 11、K.W.Zhao et al., Progress on pancyclicity involving NC, 《哈尔滨工业大学学报》,31(1999), no. 6, 98--100. [MR1753133](#)
- 10、K.W.Zhao et al., Neighborhood unions conditions for pancyclic graphs, 《哈尔滨工业大学学报》, 32(2000), no. 6, 26--28. [MR1824776](#)
- 9、K.W.Zhao et al., A Progress on Hamiltonian graphs, *J.Qiongzhou Univ.*,6(1999), no. 1
- 8、K.W.Zhao et al. Pancyclic graphs and panconnected graphs, *J. Hainan Norm. Univ.(Nat. Sci.)*,12(1999),no. 2, 9--11.
- 7、K.W.Zhao et al., Hamiltonian and Neighborhood unions, *Nat. Sci. J. Hainan Univ.*17(1999), no. 1, 23-28.
- 6、K.W.Zhao et al., A sufficient condition for Hamiltonian graphs, *J Guangdong Poly. Nor. Univ.*13(1999),no.4, 36-43.
- 5、K.W.Zhao et al., Pancyclic graphs and NC, *Natur. Sci. J. Harbin Normal Univ.*,15(1999), no. 6, 5--9. [MR1762694](#)
- 4、K.W.Zhao et al., One result on strong hamiltonian graphs, *J. Harbin Univ. Comm.(Nat. Sci. Edit.)* 15(1999), no. 2, 52-55.
- 3、K.W.Zhao et al., A neighbourhood union condition for pancyclicity. *Austra. J. Combin.* 12(1995), 81--91. [MR1349200](#)
- 2、K.W.Zhao et al., Uniqueness' problem of Complete Chromatic Number of Planar Graphs, 《数学研究与评论》, 14(1994), no. 1, 88.
- 1、K.W.Zhao et al., The neighborhood condition for pancyclic graphs. *World Sci. Publ., New Jersey,USA.*(1993), 233--240, [MR1313973](#)

**2. 工作条件（包括已具备的实验条件，尚缺少的实验条件和拟解决的途径，包括利用国家实验室、国家重点实验室和部门重点实验室等研究基地的计划与落实情况）；**

申请人所在单位是一所设有理学院、信息工程学院的多学科门类的综合性海洋大学，并如[这里所说](#):由数学系的本申请人和海南第一个在美国前5名大学做访问学者的计算机系主任联合组建的“数学与信息科学研究所”在以前海南也算是海南强强联合的**重量级研究机构**（并联合创办起本申请人一直是它的负责人），如此，具有一定的**工作条件**。

本申请人也在我们大学从专科升为本科的2006年成为**全校在职人员中仅有的唯一**国家或省部级突出贡献的优秀专家称号获得者（我校还有3个都是海南省有突出贡献的优秀专家但他们贡献早而全都光荣退休即他们是除文科1个外的另2个中**1个是这里仅发表初探浅谈论文和1个是前单位人员在杂志上说一系列混乱错误的**-这在以前海南已是**难得的最好一类专家**并多少都有开拓性-而其余都发不出论文，见[www.qzu5.com/yx.htm](http://www.qzu5.com/yx.htm)）。



申请人和美国著名专家赖虹建教授、Ronald Gould、张萍教授和新近合作的 2 个美国著名专家 Krishnaiyan Thulasiraman、Lowell W. Beineke 等都合作发表多篇论文；申请人也和国内著名专家柳柏濂教授、宋春伟教授、娄定俊教授等合作发表多篇论文，因此，不断加强一些工作条件。

但坦白说,海南各地工作条件难以企及大陆,如海南师大的张诚一教授至今只有 [3 篇 SCI 论文](#)和我们海南热带海洋学院林炽贤教授至今也只有 4 篇 SCI 论文但他俩已分别主持 5 项和 4 项国家自然科学基金 ([www.qzu5.com/zn.htm](http://www.qzu5.com/zn.htm)),这说明海南的工作条件是不够的,需要更多国家自然科学基金项目的支持。当然,本申请人也更靠自己积极创造如担任[美国《数学评论》和德国《数学文摘》评论员](#),并其状况如十年后海南才有第 2 个评论员,在我国首艘国产航母总指挥读研究生时就被他的导师要请去做哈密顿图报告和研讨等,也如海南省首批 8 个省重点学科的全部专家到 2012 年仍只一共担任 9 个国内较一般杂志的编委/而本申请人 2012 年前已担任一百多个国际杂志编委且世界四大出版社 Springer、Elsevier、Wiley 和 Taylor 的杂志编委各至少担任 2 个,并已担任过 5 个一区杂志编委(见 [www.qzu5.com/md.htm](http://www.qzu5.com/md.htm))

在这网 [www.qzu5.com/wl.htm](http://www.qzu5.com/wl.htm) 见我一直做很多特别是最后段见我的祖父赵光兴先生在 50 年代是三亚人中唯一当选包含三亚的以前区域很大的崖县人大副主席并还当选全国劳模受到毛泽东主席的接见,因此海南的落后似更使我有切肤之感如此本申请人 90 年代末起就一直期望做更多科学实际应用的事而一直做为负责人主持筹备[海南省工业与应用数学学会](#)等等,还因这里落后而很多都得事必躬亲即以前这里难得人才那就没有团队秘书助手之类辅助,如此尽力,也积累打下了一定工作条件。

**3. 正在承担的与本项目相关的科研项目情况** (申请人和项目组主要参与者正在承担的与本项目相关的科研项目情况,包括国家自然科学基金的项目和国家其他科技计划项目,要注明项目的名称和编号、经费来源、起止年月、与本项目的关系及负责的内容等);

无

**4. 完成国家自然科学基金项目情况** (对申请人负责的前一个已完结科学基金项目(项目名称及批准号)完成情况、后续研究进展及与本申请项目的关系加以详细说明。另附该已完结项目研究工作总结摘要(限 500 字)和相关成果的详细目录)。

无

### (三) 其他需要说明的问题

1. 申请人同年申请不同类型的国家自然科学基金项目情况(列明同年申请的其他项目的项目类型、项目名称信息,并说明与本项目之间的区别与联系)。

无

2. 具有高级专业技术职务(职称)的申请人或者主要参与者是



否存在同年申请或者参与申请国家自然科学基金项目的单位不一致的情况；如存在上述情况，列明所涉及人员的姓名，申请或参与申请的其他项目的项目类型、项目名称、单位名称、上述人员在该项目中是申请人还是参与者，并说明单位不一致原因。

无

3. 具有高级专业技术职务（职称）的申请人或者主要参与者是否存在与正在承担的国家自然科学基金项目的单位不一致的情况；如存在上述情况，列明所涉及人员的姓名，正在承担项目的批准号、项目类型、项目名称、单位名称、起止年月，并说明单位不一致原因。

无

4. 其他。

无

NSFC 2023



## 赵克文 简历

2023版

海南热带海洋学院, 数学与信息科学研究所, 研究员

## 教育经历:

- (1) 1990-08 至 1993-12, 华南师范大学, 运筹学, 硕士
- (2) 1985-08 至 1987-06, 广东教育学院, 数学, 其他
- (3) 1980-08 至 1983-06, 崖县师范学校, 数理普师专业, 其他

## 博士后工作经历:

无

## 科研与学术工作经历 (博士后工作经历除外):

- (1) 2016-12 至今, 海南热带海洋学院, 理学院, 研究员
- (2) 2005-02 至 2016-11, 琼州大学, 数学与信息科学研究所, 研究员
- (3) 2002-02 至 2005-02, 琼州大学, 数学与信息科学研究所, 副研究员

## 曾使用其他证件信息:

无

## 近五年主持或参加的国家自然科学基金项目/课题:

无

## 近五年主持或参加的其他科研项目/课题 (国家自然科学基金项目除外):

无

代表性研究成果和学术奖励情况 (填写代表性论文时应根据其发表时的真实情况如实规范列出所有作者署名, 不再标注第一作者或通讯作者):

一、代表性论著 (请在“申请书详情”界面, 点开“人员信息”-“代表性成果”卡片查看对应的全文):

(1) 赵克文; Chunwei Song; Ping Zhang; Fan type condition and characterization of Hamiltonian graphs., *Proc. Amer. Math. Soc.*, (这杂志虽不是较有影响, 但也算是美国数学会的杂志。发表这篇论文前, 海南省尚还没有一篇在美国各学科一级学会的杂志发表论文, 这是海南的第一篇这类杂志论文), 2014, 142(7): 2303-2311 (期刊论文)

(2) 赵克文等; On the spectral determinations of the connected multicone graphs  $Kr^sKt$ , *AKCE Int. J. Graphs Comb.* (这篇论文由Elsevier出版时的这SCI收录杂志出版; 现在这杂志已由Taylor & Francis出版), 2020, 17(1): 149-158 (期刊论文)

(3) 赵克文; Pan-connectedness of graphs with large neighborhood unions, *Monatsh. Math.* (被誉为“20世纪最重要的数学真理”的哥德尔的不完备性定理于1931年发表在这默默无闻的杂志), 2009, 156(3): 279-293. (期刊论文)

(4) 赵克文; Yue Lin; Vertex pancyclicity and new sufficient conditions, *Proc. Indian Acad. Sci. Math. Sci.* (它是1933年创刊的印度科学院院刊, 是Springer出版的SCI杂志), 2012, 122(2): 319-328 (期刊论文)



(5) 赵克文; Hong-Jian Lai; Yehong Shao ; New sufficient condition for Hamiltonian graphs., *Appl. Math. Lett.*, 这较普通的杂志影响因子一直很高如今年4.294, 象世界数学四大杂志中的*Acta Math*的影响因子仅2.458、*Inventiones Math*也仅2.986, 但它发表论文实在太多, 否则也可能轮不到这篇论文), 2007, 20(1): 116—122. (期刊论文)

## 二、论著之外的代表性研究成果和学术奖励:

- (1) 赵克文(1/1); 海南省有突出贡献的优秀专家, 海南省人民政府, 其他, 其他, 2006(赵克文) (科研奖励)
- (2) 赵克文(1/1); 哈密顿圈及Ore型和NC2条件, 海南省人民政府, 科技进步, 其他, 2007(赵克文) (科研奖励)
- (3) 赵克文(1/1); 圈拓扑结构与互连网络的研究, 海南省人民政府, 科技进步, 其他, 2004(赵克文) (科研奖励)

NSFC 2023



## 周后卿 Resume

2023版

邵阳学院, 理学院, 教授

## Education:

- (1) 2004-07 至 2007-01, 湖南师范大学, 基础数学, 硕士
- (2) 1983-09 至 1987-06, 湖南师范大学, 数学, 学士

## Postdoctoral work experience:

无

## Research and work experience (Except Postdoctoral work experience) :

- (1) 2014-12 至 今, 邵阳学院, 理学院, 教授
- (2) 2005-09 至 2014-11, 邵阳学院, 理学院, 副教授
- (3) 2001-08 至 2005-09, 邵阳学院, 理学院, 讲师

## Other identity documents that have been used:

无

## NSFC projects the applicant has undertaken either as PI or participant in the last 5 years:

无

## Other research projects the applicant has undertaken either as PI or participant in the last 5 years (Except NSFC projects) :

无

Representative research achievements and academic awards (Please list all authors truthfully according to the actual situation at the time of publication when filling in representative papers. There is no need to mark the first author or the corresponding author):

一、Representative publications (For the full text, please check the "Application Form Details" page and click "Personnel Information" - "Representative Achievements"):

- (1) Zhou Houqing ; Bounds on Augmented Zagreb Index of Graphs, *Journal of Mathematical Research with Applications*, 2021, 41(1): 1-6 (期刊论文)
- (2) 周后卿 ; 几类整循环图的秩的界, *浙江大学学报. 理学版*, 2020, 47(3): 301-305 (期刊论文)
- (3) 周后卿 ; 卡氏积图的Laplacian谱半径的上界, *浙江大学学报. 理学版*, 2018, 45(1): 10 (期刊论文)
- (4) 周后卿; 徐幼专 ; 基于网络拓扑图的树的代数连通度, *计算机工程与应用*, 2017, 53(3): 106 (期刊论文)
- (5) 周后卿 ; 循环图的预解Estrada指标, *浙江大学学报. 理学版*, 2016, 43(5): 517-520 (期刊论文)



二、Representative research achievements and academic awards:  
无

NSFC 2023



## 钟诚 Resume

2023版

海南热带海洋学院, 副教授

**Education:**

- (1) 2012-09 至 2014-06, 重庆大学, 软件工程, 硕士
- (2) 2001-09 至 2005-06, 海南师范学院, 数学与应用数学, 其他

**Postdoctoral work experience:**

无

**Research and work experience (Except Postdoctoral work experience) :**

- (1) 2017-12 至 今, 海南热带海洋学院, 理学院, 副教授
- (2) 2012-12 至 2017-12, 海南热带海洋学院 (原琼州学院), 理工学院, 讲师
- (3) 2007-09 至 2012-12, 海南热带海洋学院 (原琼州学院), 数学系, 副教授

**Other identity documents that have been used:**

无

**NSFC projects the applicant has undertaken either as PI or participant in the last 5 years:**

无

**Other research projects the applicant has undertaken either as PI or participant in the last 5 years (Except NSFC projects) :**

- (1) 海南省科学技术厅, 面上项目, 暂无, 三值光学计算机底层动态管理策略研究, 2022-01 至 2024-12, 8万元, 在研, 参与

**Representative research achievements and academic awards (Please list all authors truthfully according to the actual situation at the time of publication when filling in representative papers. There is no need to mark the first author or the corresponding author):**

**一、Representative publications (For the full text, please check the "Application Form Details" page and click "Personnel Information" - "Representative Achievements"):**

- (1) 钟诚 ; 组合多粒度粗糙集及其在教学评价中的应用, *数码设计*, 2017, 6(1): 1-5 (期刊论文)

**二、Representative research achievements and academic awards:**

无



附件信息

序号	附件名称	备注	附件类型

NSFC 2023



项目名称： 图论与组合数学的几个前沿课题的研究  
 资助类型： 地区科学基金项目  
 申请代码： A0409. 图论及其应用

### 国家自然科学基金项目申请人和参与者承诺书

为了维护国家自然科学基金项目评审公平、公正，共同营造风清气正的科研生态，本人**在此郑重承诺**：严格遵守《中华人民共和国科学技术进步法》《国家自然科学基金条例》《关于进一步加强科研诚信建设的若干意见》《关于进一步弘扬科学家精神加强作风和学风建设的意见》《关于加强科技伦理治理的意见》以及科技部、自然科学基金委关于科研诚信建设有关规定和要求；申请材料信息真实准确，不含任何涉密信息或敏感信息，不含任何违反法律法规或违反科研伦理规范的内容；在国家自然科学基金项目申请、评审和执行全过程中，恪守职业规范和科学道德，遵守评审规则和工作纪律，杜绝以下行为：

- (一) 抄袭、剽窃他人申请书、论文等科研成果或者伪造、篡改研究数据、研究结论；
- (二) 购买、代写申请书；购买、代写、代投论文，虚构同行评议专家及评议意见；购买实验数据；
- (三) 违反成果发表规范、署名规范、引用规范，擅自标注或虚假标注获得科技计划等资助；
- (四) 在项目申请书中以高指标通过评审，在项目计划书中故意篡改降低相应指标；
- (五) 以任何形式打听或散布尚未公布的评审专家名单及其他评审过程中的保密信息；
- (六) 本人或委托他人通过各种方式和途径联系有关专家进行请托、游说、“打招呼”，违规到评审会议驻地窥探、游说、询问等干扰评审或可能影响评审公正性的行为；
- (七) 向工作人员、评审专家等提供任何形式的礼品、礼金、有价证券、支付凭证、商业预付卡、电子红包，或提供宴请、旅游、娱乐健身等任何可能影响评审公正性的活动；
- (八) 违反财经纪律和相关管理规定的行为；
- (九) 其他弄虚作假行为。

如违背上述承诺，本人愿接受国家自然科学基金委员会和相关部门做出的各项处理决定，包括但不限于撤销科学基金资助项目，追回项目资助经费，向社会通报违规情况，取消一定期限国家自然科学基金项目申请资格，记入科研诚信严重失信行为数据库以及接受相应的党纪政务处分等。

申请人签字：

编号	参与者姓名 / 工作单位名称（应与加盖公章一致） / 证件号码	签字
1	周后卿 / 邵阳学院 / 4*****4	
2	钟诚 / 海南热带海洋学院 / 4*****7	
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		



项目名称： 图论与组合数学的几个前沿课题的研究

资助类型： 地区科学基金项目

申请代码： A0409. 图论及其应用

## 国家自然科学基金项目申请单位承诺书

为了维护国家自然科学基金项目评审公平、公正，共同营造风清气正的科研生态，**本单位郑重承诺**：申请材料中不存在违背《中华人民共和国科学技术进步法》《国家自然科学基金条例》《关于进一步加强科研诚信建设的若干意见》《关于进一步弘扬科学家精神加强作风和学风建设的意见》《关于加强科技伦理治理的意见》以及科技部、自然科学基金委关于科研诚信建设有关规定和要求的情况；申请材料符合《中华人民共和国保守国家秘密法》和《科学技术保密规定》等有关法律法规和规章制度要求，不含任何涉密信息或敏感信息；申请材料不含任何违反法律法规或违反科研伦理规范的内容；申请人符合相应项目的申请资格；依托单位、合作研究单位、申请人及主要参与者不在限制申报、承担或参与财政性资金支持的科技活动的期限内；在项目申请和评审活动全过程中，遵守有关评审规则和工作纪律，杜绝以下行为：

（一）以任何形式探听或公布未公开的项目评审信息、评审专家信息及其他评审过程中的保密信息，干扰评审专家的评审工作；

（二）组织或协助申请人/参与者向工作人员、评审专家等给予任何形式的礼品、礼金、有价证券、支付凭证、商业预付卡、电子红包等；宴请工作人员、评审专家，或组织任何可能影响科学基金评审公正性的活动；

（三）支持、放任或对申请人/参与者抄袭、剽窃、重复申报、提供虚假信息（含身份和学术信息）等不当手段申报国家自然科学基金项目疏于管理；

（四）支持或协助申请人/参与者采取“打招呼”“围会”等方式影响科学基金项目评审；

（五）其他违反财经纪律和相关管理规定的行为。

如违背上述承诺，本单位愿接受自然科学基金委和相关部门做出的各项处理决定，包括但不限于停拨或核减经费、追回项目已拨经费、取消本单位一定期限国家自然科学基金项目申请资格、记入科研诚信严重失信行为数据库以及主要责任人接受相应党纪政务处分等。

依托单位公章：

日期： 年 月 日

合作研究单位公章：

日期： 年 月 日

合作研究单位公章：

日期： 年 月 日